

## TO BREVE FRA KARL VERNER

UDGIVNE AF

VILH. THOMSEN OG J. P. GRAM

I Selskabets Møde den 22. April 1892 gav afdøde Professor KARL VERNER en Meddelelse om „nogle Forsøg paa at optegne Sproglyds Svingningskurver“. Trods de indstændigste Opfordringer fra alle Kolleger, der havde hørt det mærkelige Foredrag og af hvilke mange forud vidste, at det var Resultatet af en længere Aarrækkes geniale Experimenter og Beregninger, var han ikke at bevæge til at offentliggøre sin Meddelelse. Grunden hertil laa paa den ene Side i hans gennemgaaende Sky for enhver offentlig Fremtræden, paa den anden Side i det ejendommelige Karaktertræk hos ham, at det altid kun var selve Undersøgelsen der interesserede ham, men saa snart sikre Resultater var naaede, havde han dermed tabt Interessen for vedkommende Æmne. Da han gav den næste Meddelelse i vort Selskab, var i Virkeligheden dette sidste allerede indtraadt.

Hvad der yderligere havde bidraget dertil, var, at han imidlertid var bleven bekendt med beslægtede Arbejder fra anden Side, som han mente gjorde hans egne, formentlig diletantiske Undersøgelser overflødige, og det var ham ligefrem en Glæde at kunne skyde sig ind under denne Grund til at fritage sig for en Offentliggørelse af dem. I første Linje var dette en Doktordisputats af nuværende Professor HUGO PIRPING i Helsingfors: „Om klangfärgen hos sjungna vokaler. Undersökning utförd vid fysiologiska institutet i Kiel medels Hensens fonautograf“ (Helsingfors 1890; oversat paa Tysk i „Zeitschrift für Biologie“, XXVII).

Hvor fjernt Verner var fra Tanken om en Offentliggørelse

af sin Methode og sine Resultater, kan ses af at, da hans Venner nogle Aar efter hans Død (5. November 1896) besluttede at sætte ham et Minde ved Udgivelse af hans Afhandlinger og Breve („Karl Verner. Afhandlinger og Breve udgivne af Selskabet for germansk Filologi. Med en Biografi ved Marius Vibæk“, København 1903), fandtes der om hele denne Sag intet efter ham, der kunde egne sig til at trykkes eller give en Forestilling derom. Man kunde — foruden de i Biografien S. LXXIII ff. optagne Bemærkninger derom — kun ledsage Værket med en „Beskrivelse af Karl Verners Apparat til fonometriske Undersøgelser“ forfattet af hans Broder Maskiningeniør RUDOLF WERNER.

Saa meget glædeligere var det, at det kort efter Udgivelsen viste sig — hvad man forud ikke havde haft nogen Anelse om — at der alligevel fandtes en udførlig Redegørelse fra Verners egen Haand i to længere Breve til Dr. HUGO PIPPING. De blev offentliggjorte af denne i „Neuphilologische Mitteilungen, herausgegeben vom Neuphilologischen Verein in Helsingfors, <sup>15/9—15/10</sup> 1903“, S. 90—109, i Tilslutning til en Anmeldelse af „Verner-bogen“ af Dr. A. Wallensköld.

Naar det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, i Mindet om den for alle da tilstedeværende uforglemmelige Meddelelse i 1892, nu har besluttet — efter indhentet Tilladelse af Professor Pipping, som hertil velvillig har stillet de originale Breve til Disposition — paa ny at udgive disse to Breve ledsagede af fuldstændig fransk Oversættelse, da er Stødet dertil blevet givet fra hel anden Side.

Ved den i August 1911 i København afholdte 2den skandinaviske Matematikerkongres gav Professor ERNST LINDELÖF fra Helsingfors en Meddelelse om den Fremgangsmaade, som Verner havde anvendt ved den matematiske Bearbejdelse af sine fonometriske Maalinger. Foredraget, „Om en af den danska språkforskaren Karl Verner angifven modifikation af förfarandet vid harmonisk analys af periodiska kurvor“, der senere er trykt i den af Professor NIELS NIELSEN udgivne Beretning om den nævnte Kongres, vakte ikke blot Interesse hos Tilhørerne ved den letfattelige og klare Fremstilling, den udmærkede finske Matematiker gav af de ledende Tanker i Verners Beregninger, men henledte ogsaa de danske Videnskabsmænds

Opmærksomhed paa Existensen af de Breve til Professor PIPPING, over hvilke Foredraget var bygget, og gav derved Anledning til, at disse Breve nu gøres tilgængelige for en større Kreds.

Ydermere viste det sig ved de Undersøgelser, som derefter blev anstillede for at efterspore den Vernerske Fonautografs senere Skæbne, at dette Apparat endnu eksisterede. Ved velvillig Imødekommenhed fra Ingeniør R. Verners Side er det lykkedes at faa det bragt tilveje, og den Vernerske Fonautograf er nu indlemmet i Polyteknisk Lærestalts fysiske Instrumentsamling og vil saaledes blive bevaret for Efterverdenen. Ganske vist er Apparatet ikke fuldt brugbart, men det vil dog let kunne sættes i saadan Stand, at det kan fungere. Det vil være af stor Betydning at have selve Apparatet ved Haanden, naar man skal bedømme Værdien af de Iagttagelser, som kan faas ved dets Anvendelse, ikke at tale om, at man ved at have selve Maskinen for Øje faar et langt bedre Begreb om Enkelthederne i dens Bygning end igennem de meget mangelfulde Tegninger, hvormed Verner selv i sit 2det Brev har illustreret denne.

Om Maskinens Udseende giver vedføjede fotografiske Gengivelse en tilstrækkelig god Forestilling.

Apparatet gør som Helhed betragtet et noget tungt Indtryk. I teknisk Henseende frembyder det næppe noget nyt udover den sindrige Kombination af Hjælpemidler, som ere de professionelle Fysikere vel bekendte. Men det overrasker, at Verner har været saa klar over de Midler, han skulde benytte, og man tør vel nok forudsætte, at han paa adskillige Punkter har nydt godt af sin Broder Ingeniørens Raad og Vejledning. At Iagttagelserne som Helhed betragtede maa have været meget tilfredsstillende, kan man se ved at betragte det Diagram, hvormed det 2det Brev slutter. Det maa anses for hævet over enhver Tvivl, at man med et vel udført Apparat af den Vernerske Type vil være fuldt ud i Stand til at maale Skrivestiftens Indtryk paa en Fonografvalse paa en saadan Maade, at man kan gengive den i forstørret Maalestok paa en Tegning og saaledes fremstille Kurver, der kunne underkastes hvad man kalder „en harmonisk Analyse“. At Verner opnaar Forstørrelsen af disse Indtryk ikke ad mikro-

skopisk Vej men direkte paa rent mekanisk Vis, synes en Fordele, men det maa dog bemærkes, at Spørgsmaalet om, hvorvidt Apparatet muligvis kan indføre systematiske Fejl i Observationsresultaterne, saavel som i det hele taget om dets Fordele eller Mangler overfor andre lignende Apparater, kun kan afgøres ad rent praktisk Vej. At Verner selv i sine sidste Aar synes at have opgivet Arbejdet med sin Fonautograf, behøver af ovenfor anførte Grunde ikke at opfattes som et Bevis for dets Underlegenhed; faktisk har han selv bevist dets Brugbarhed.

Ikke mindre Interesse end Maskinens Konstruktion frembyder de Regneregler, som Verner har anvendt ved Bearbejdelsen af Iagttagelserne. Naar disse fremstilles grafisk, angives de en uregelmæssig Bølgelinie, der gentager sig med en bestemt Periode, og Opgaven bliver da at opløse en saadan enkelt Periodes uregelmæssige Bølgelinie i en Sum af regelmæssige Bølger, af hvilke hver enkelt har en Længde, som er lig med eller en Brøkdel af den oprindelige Periodes Længde og svarer til en bestemt af de Partialtoner, hvoraf Lydbilledet dannes.

Vælger man Længdeenheden saaledes, at Periodens Længde (Hovedtonens Bølgelængde) er lig  $2\pi$ , og betegner Abscissen ved  $x$ , Ordinaten ved  $y$ , da kan man altid fremstille den forelagte Bølgelinie ved en Fourier'sk Række:

$$y = a_0 + \sum (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x), \quad (\nu = 1, 2 \dots \infty),$$

eller, hvad der er det samme, ved en Række af Formen

$$y = a_0 + \sum C_\nu \sin x(x + c_\nu), \quad (\nu = 1, 2 \dots \infty).$$

Bortset fra Konstanten  $a_0$  fremstiller hvert enkelt Led i denne Række sin specielle Bølgelinie svarende til en særskilt Partialtone, saaledes at Konstanten  $C_\nu$  angiver den „Vægt“, hvorved den bidrager til Lyddannelsen, og  $c_\nu$  bestemmer Partialtonens Fase.

Ved Bestemmelsen af disse Konstanter ud fra givne Iagttagelser kan man i Praxis nøjes med at betragte et vist Antal af de første Led. Iøvrigt har man forlængst uddannet Metoder til Løsning af denne Opgave, man har endog konstrueret et Apparat, hvorved Beregningen kan udføres rent mekanisk.

I Virkeligheden kræver Arbejdet megen Regning, og dette har afskrækket Verner fra at anvende den sædvanlige Fremgangsmaade, muligvis fordi han ikke har været klar over, at man derved godt kan nøjes med at anvende 4-cifrede Logarithmer i Stedet for 7-cifrede, som Verner benytter.

Han har derfor vendt sig til den rent elementære Fremgangsmaade, som beror paa, at man ved at forskyde to kongruente Bølgelinier et vist Stykke imod hinanden og derefter addere deres Ordinatorer kan danne en ny Bølgelinie, der har samme Periode som den oprindelige. Og man kan da med Lethed indrette det saaledes, at en bestemt Partialtones Bølger elimineres; dertil kræves blot, at Forskydningen er det halve af denne Tones Bølgelængde. Denne Fremgangsmaade uddanner Verner videre og danner paa lignende Vis ved Addition mere sammensatte Udtryk for Kurver, i hvilke flere Partialtoner ikke indgaa. Derved naar han efterhaanden til et System af simple Kurver og Ligninger, hvis Opløsning er let og som direkte giver de søgte Vægte.

Methoden er ikke uden Interesse i matematisk Henseende, men om dens praktiske Betydning kan der rejses nogen Tvivl. Den kræver megen Agtpaagivenhed og derfor en Del Øvelse, for at man skal kunne holde Rede paa de optrædende Ligninger; den fordrer endvidere Regning med betydelig Nøjagtighed, og skønt der nok i den Maade, hvorpaa Verner drager Fordel af overskydende Iagttagelser, er nogen Udjævning, kræver den vistnok ogsaa meget nøjagtige Iagttagelser for at føre til Maalet. Men at VERNERS og PIPPINGS Resultater ved Anvendelsen af deres forskellige Metoder paa samme Materiale stemme godt — om end ikke fuldstændigt — taler dog til Fordel for Fremgangsmaaden.

Alt i alt vise disse to Breve en ny Side af vor berømte Landsmands Tænke- og Kombinationsevne, et Udslag af Skaberkraft, som er saa meget mere forbavsende, fordi han her bevæger sig paa et Omraade, der ligger fjernt fra det, paa hvilket han har vundet sine velfortjente Laurbær.

København F. Dronningens vej 28  
24. februar 1890.

Höjt ärede hr. doctor — Jeg beder Dem undskylde, at jeg ikke strax har besvaret den ære og opmærksomhed, De har vist mig ved at sende mig Deres afhandling „om klangfärgen“. Jeg vilde gerne ved at sende Dem et udførligere svar (og ikke blot — som sædvanligt — en almindelig høflighedsfloskel) lægge for dagen, at bogen var kommen en taknemlig læser i hænde, men andet arbejde har holdt mig hen lige til nu. Vi linguistikere har længe gået og ønsket hjælp fra de reale videnskaber; lydfysiologien har hjulpet os en del, men denne disciplin synes ingen perfektibilitét at have, dens iagttagelsesmidler står endnu den dag i dag på et så barnligt standpunkt, at de herrer lydfysiologer udenfor det rént elementære lysteligen ligger i hårene på hverandre, og hver for sig til slut rekurrerer til deres subjektive trommehinder. Det er fra fysiken, fra akustiken at hjælpen skal ventes, men — desværre — har de gode akustikere i mange herrens år ødslet deres store kræfter på at løse gåder på kunstens (musikens) områder og har i altfor høj grad försömt den side, som dog er udgangspunktet for hin kunst, den menneskelige röst, som alene har interesse for os sprogmænd. Filologerne må derfor være taknemlige for ethvert bidrag fra den side, og jeg tror at kende så meget til sagen, at jeg kan skönne, at Deres arbejde er det förste tillidsvækkende försög på en analyse af svingningskurver, som sproget selv har registreret, thi analyserne hos JENKIN-EWING og hos LAHR — den letsindige herre, som De har behandlet altfor humant i Deres bog — er uden tvivl ganske illusoriske: de fører en masse talstörrelser fra forskellige lyd på forskellige tonehöjder frem for læserens næse, men de forholder ham lumskeligen det eneste fuldgyldige bevis for deres kurvers og analysers korrekthed: blot to nogenlunde överénsstemmende analyser af samme lyd på samme tonehöjde.

Jeg formoder, at enten Deres landsmand, min ven dr. E. N. SETÄLÄ eller muligens en anden ven og tidligere kollega ved universitetet Halle, prof. HUGO GERING i Kiel har underrøttet Dem om, at jeg interesserer mig for denne for fremtidslinguistikken betydningsfulde side af akustikken, og at jeg i mine ledige timer til min adspredelse efter diletterantisk evne selv sysler med disse lydkurver; men hvem det end monne være, så er jeg vedkommende taknemlig derfor. Min interesse stammer allerede fra året 1878, da jeg i udlandet fik lejlighed til at se og høre den første fonograf, som EDISON sendte herover med sin agent PUSCHKA; som alle andre blev jag slået ved at høre de flygtige sproglyd fastholdte og magasinerede i deres væsentlige karakteristiske ejendommeligheder. Men først for et par år siden har jeg realiseret mine tanker og bygget mig et på fonografen baseret måleapparat. Jeg var uvidende om tidligere forsøg i denne retning og først bag efter så jeg — i en anmeldelse af SIEVERS' Phonetik — LAHR'S afhandling omtalt, og hos ham fandt jeg henvisning til JENKIN-EWING. Men jeg er tilbøjelig til at betragte denne min aprioriske uvidenhed som et stort held, thi havde jeg i forvejen kendt de nævnte arbejder, vilde jeg, hildet i autoritétstro, næppe være nået udenfor deres idékreds. Nu har jeg som autodidakt måttet gå ud fra tabula rasa, både hvad apparatet og beregningsmetoden angår, og har gået min egen vej, der i begge henseender har ført mig til selvstændige og — som jeg håber — også bedre resultater end de tidligere.

HENSENS fonautograf må jeg tilstå at være ukendt med; jeg så den første gang omtalt i PAUL WENDELER'S (temmeligt intetsigende) disputats; men jeg håber at lære den at kende, selv om jeg i dette øjemed skal gøre en rejse til Kiel. Såmeget kan jeg forstå af Deres omtale og Deres meddelte kurver, at det må være et særdeles fintfølende apparat, der er i stand til at registrere lydkurver med højere overtoner end de på EDISON'S fonograf baserede registrerings-apparater

formår det. Det har fra først af været mig klart, at fonografen ikke kan gengive de muligen tilstedeværende højere partialtoners svingninger (— lad os sige ud over den 10de partialtone —), da disse vil følge så hurtigt på hverandre, at de umuligt vilde kunne afsætte spor i det stive staniol, men på den anden side er det dog uimodsigeligt, at når fonografen, som tilfældet jo er, tydeligt kan gengive en lyd som f. ex. *a*, *u*, *l*, *k* osv., så må lydens „karakteristik“ være tilstede i staniolkurverne; dette berettiger til også at benytte fonografen som undersøgelsesapparat.

Nervus rerum i min konstruktion af det forstørrende måleapparat er — i modsætning til de tidligere — den, at vægtstangen (håfstången), som er uundgåelig og også er tilstede i HENSENS apparat, hos mig dannes af det imponderable stof, en lysstråle; dens længde og dermed kurvens forstørrelse er altså ikke begrænset af hensyn til materiens tyngde, og når jeg i det under B på bilaget givne eksempel er bleven stående ved den der valgte forstørrelse, så skyldes det alene de lokale forhold i mit studereværelse. Forstørrelsen i det givne eksempel er omtrent 2000 gange i henseende til kurveamplituden, hvad der ikke kan synes overdrevent, når De erindrer at JENKIN-EWING ansætter deres mere end 5 gange lavere kurver til en forstørrelse af c. 400 gange. Længdeforstørrelsen er den, at der til 1 m/m i staniolbelægningen svarer 59.02 . . . m/m i reproduktionen (hos J.-E. angives længdeforstørrelsen til 7). Apparatet giver mig ikke — som hos LAHR og J.-E., kurven udtegnet; men det giver mig ordinaterne så tæt som jeg ønsker det, og et øjekast igennem en (astronomisk) kiggert giver mig ordinatlængden (med brøkdél af 1 m/m) således, at denne strax kan lægges til grund for en beregning. Jeg behøver derfor slet ikke at tegne kurven, endnu mindre at foretage en mikroskopisk inddeling af x-axen, en oprejsten eller nedfælden af perpendikulærer og en mikroskopisk udmåling af disse: apparatet leverer altså



de ordinatorer, man ønsker at benytte til analysen og med den nøjagtige afstand indbyrdes, og arbejdet bliver ikke synderligt større, om man ønsker 24, 36, 48 . . . 120 eller flere ordinatorer. — Endelig giver mit apparat mig en axe for ordinatsystemet, nl. den linje, der ligger i målestokkens nulpunkt og hvorfra ordinatorerne regnes opad og nedad. L.'s og J.-E.'s apparat giver ikke nogen x-axe, men de må selv forskafe sig den, idet de drager en ret linje fra maximum til maximum (el. minimum til minimum) og benytter denne som x-axe under den forudsætning, at en sådan linje ligger  $\neq$  med kurvens indifferenslinje. Men dette er en gal forudsætning: en sådan linje ligger kun rént tilfældigt  $\neq$  med indifferenslinjen; i alm. danner den én eller anden vinkel til denne. Sagen er den, at fonografens membran under sin aktivitet, på grund af den modstand stiften møder i stanolet, kommer i private vugninger (egensvingninger) samtidigt med at den foretager de af lyden fremkaldte svingninger; disse sidste ligger altså op og ned ad de private vugningers bølger og begge systemer har en fælles indifferenslinje til hvilken begge ordinatorer må stå lodrette. At dette forholder sig saaledes kan man tydeligt sé på mine stærkt forstørrede periodiske kurverækker (jeg har taget dem på indtil 10 alens længde): et maximum (el. minimum) i den ene periode ligger i regelen 3—5 m/m højere (el. lavere) end det tilsvarende i naboperioderne, ja stundom kan differensen stige til over 10 m/m. Også på J.—E.'s små fotolithografiske gengivelser kan man ved at lægge en lineal under kurverne tydeligt öjne dette forhold. Den private vugning fremkalder imidlertid så lange og flade bølger, at man uden stor fejl kan betragte den forholdsvis lille strækning, som en lydperiode indtager som en ret linje (hvad både L., J.-E. og jeg gör) men man kan ingenlunde betragte denne linje (eller den dermed mellem maximum dragne paralele linje) som paralel med indifferenslinjen; de derfra rejste perpendikulærer vil som regel træffe indifferens-

linjen under en større eller mindre vinkel. Målestokkens nul-punktslinje må derimod absolut være parallel med den ideale indifferensaxe og da ordinatværdierne er den lodrette afstand fra denne linje, hvorledes end membranen vugger, må mine ordinatorer også stå lodrette på den ideale indifferensaxe. Da jeg i ethvert enkelt tilfælde véd hvormeget periodens begyndelsespunkt ligger over eller under dens endepunkt  $\alpha$ : hvormeget perioden holder i sit forhold til nulpunktslinjen ( $x$ -axen), kan jeg — og jeg må gøre det, om ellers resultatet skal blive nogenlunde pålideligt — foretage en tilsvarende korrektur i de af apparatet givne ordinatværdier, inden jeg begynder den egenlige analyse. Såmeget om apparatet. Hvis det kan interessere Dem, og De ønsker det, skal jeg gerne sende Dem en udførlig beskrivelse.

Med hensyn til beregningsmåden må jeg strax tilstå, at jeg ikke har kunnet nyde så meget godt af Deres bog, som jeg kunde ønsket; jeg kender ikke — jeg vil tilføje: endnu — regningen efter de mindste kvadraters methode, men har fra tabula rasa måttet bygge op med det matematiske kvantum, jeg for 26 år siden har erhvervet mig i skolen. Derfor er jeg i hovedsagen kommen ind på den beregningsmåde, som J.-E. og L. følger. J.-E. gör et stort væsen ud af deres ligninger til beregning af de første 6 (5) partialtoner: de omtaler, at prof. TAIT velvilligt har overladt dem denne dyrebare skat, og de beroliger deres læsere med den forsikring, at de selv omhyggeligt har revideret dem. Og den gode L. har haft så meget bryderi med sine ligninger, at han ikke engang, som De også har påvist, har formået at give dem korrekt. Tingene er den, at hverken J.-E. eller L. rigtigt har sat sig ind i de sammensatte periodiske svingningers natur; de vilde ellers ikke have bragt deres ligninger frem i en så ubehjælpelig form, der påbyrder den regnende mindst det dobbelte arbejde af det, som er fornødent ved en fornuftig opstilling af ligningerne.

Når man regner med 12 24 36. osv., kortsagt med et antal ordinatorer, der er deleligt med 4, altså  $4n$  ordinatorer, møder ordinatorerne op i de forskellige ligninger i led på 4 og 4 (sjældnere 2 og 2) ordinatorer med en bestemt sammenhæng. Man får disse led ved at opstille ordinatorerne i 4 kolumner  $\beta\omicron\upsilon\sigma\tau\rho\varphi\eta\delta\omicron\nu$  efter hosstående skema. Ledenes antal bliver

led	0:	$y_0$	$\curvearrowright$	$y_{2n}$	
"	1:	$y_1$	$y_{2n-1}$	$y_{2n+1}$	$y_{4n-1}$
"	2:	$y_2$	$y_{2n-2}$	$y_{2n+2}$	$y_{4n-2}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
"	$n-2$ :	$y_{n-2}$	$y_{n+2}$	$y_{3n-2}$	$y_{3n+2}$
"	$n-1$ :	$y_{n-1}$	$y_{n+1}$	$y_{3n-1}$	$y_{3n+1}$
"	$n$ :	$y_n$	$\curvearrowleft$	$y_{3n}$	$\curvearrowright$
gruppe C:		+	+	÷	÷
" D:		+	÷	÷	+
" E:		+	÷	+	÷
" F:		+	+	+	+

$n + 1$ ; første og sidste ( $0$ 'te og  $n$ 'te) led indfatter kun 2 ordinatorer. Med hensyn til fortegnene henhører disse led til 4 forskellige grupper, som jeg kalder  $C$   $D$   $E$  og  $F$  og hvis fortegn for hver af de 4 kolumner er angivet under skema'et. Grupperne  $C$  og  $D$  indgår i ligningerne for de ulige partialtoner,  $E$  og  $F$  i ligningerne for de lige partialtoner, og det således at  $C$ , resp.  $E$  indgår i  $A$  ligningerne (efter LAHRS terminologi, hos Dem  $b$ ),  $D$ , resp.  $F$  i  $B$ -ligningerne (hos Dem  $a$ ). Hvorledes man i praxis let og hurtigt får ordinatorerne sorterede til de forskellige gruppeled er i regneeksemplerne på bilaget vist for 24 ordinatorer, og fremgangsmåden er analog i alle andre tilfælde.

De alményldige formler for  $A$ - og  $B$ -ligningen for en hvilkenksom helst partialtone  $k$  i en sammensat periodisk svingningskurve er nu:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2nA_k = C_0 \sin\left(\frac{0, k, 90^\circ}{n}\right) + C_1 \sin\left(\frac{1, k, 90^\circ}{n}\right) + C_2 \sin\left(\frac{2, k, 90^\circ}{n}\right) + \dots + C_{n-1} \sin\left(\frac{(n-1), k, 90^\circ}{n}\right) + C_n \sin\left(\frac{n, k, 90^\circ}{n}\right) \\ 2nB_k = D_0 \cos(\text{---}) + D_1 \cos(\text{---}) + D_2 \cos(\text{---}) + \dots + D_{n-1} \cos(\text{---}) + D_n \cos(\text{---}) \end{array} \right.;$$

når  $k$  er lige indtræder  $E$  i st. f.  $C$  og  $F$  i st. f.  $D$ . Men samtidigt med  $A_k$  og  $B_k$  finder man  $A_{2n-k}$  og  $B_{2n-k}$  ved blot at skifte fortegn i  $A$ -lign. foran de lige led, i  $B$ -ligningerne foran de ulige led. Heri ligger den overordentlige arbejdslettelse, som J.-E. og L. har været blinde for.

Nogle eksempler:

a) Ligningerne for ptt. I med 12 ordinater: $k=1, n=3, \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$	b) Lign. for ptt. II med 12 ord.: $\frac{2 \cdot 90^\circ}{3} = 60^\circ$
$\begin{array}{l} 0 \\ 0^\circ \\ 6 A_1 = \\ [6 A_5 = \\ 6 B_1 = \\ [6 B_5 = \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 30^\circ \\ C_1 \sin 30^\circ \\ + \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \div \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \\ D_0 + D_1 \cos 30^\circ + D_2 \cos 60^\circ - \\ \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \div \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) - \end{array}$	$\begin{array}{l} 0 \\ 0^\circ \\ 6 A_2 = \\ [6 A_4 = \\ 6 B_2 = \\ [6 B_4 = \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 60^\circ \\ E_1 \sin 60^\circ + E_2 \sin 60^\circ - \\ \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \div \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) - \\ F_0 + F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 60^\circ \div F_3 \\ \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \div \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \end{array}$



I  $C$ -gruppen falder første led bort, idet det bliver  $= 0$ ; i  $D$ -gruppen falder af samme grund sidste led bort, i  $E$ -gruppen både første og sidste led. Kun  $F$ -gruppen har alle sine led, men alle til denne gruppe hørende ligninger har den natur, at man, uden at regningsresultatet bliver anderledes, kan skaffe første (eller sidste) led bort ved at subtrahere det fra midteledene i fordoblet, fra sidste (resp. første) led i ufordoblet tilstand, altså f. ex.

$$\begin{array}{cccccc} & F_0 & F_1 & F_2 \dots F_{n-1} & F_n & \\ \hline & -F_0 & -2F_0 & -2F_0 & -2F_0 & -F_0 \\ \text{Nye led:} & - & F_1^1 & F_2^1 & \dots & F_{n-1}^1 & F_n^1 \end{array}$$

LAHR's skrækindjagende ligninger får på denne måde følgende mere håndterlige former.

De ulige partialtoner:

$A$ -ligninger:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 A_1 \\ 12 A_{11} \end{array} \right\} = (C_1 \sin 15^\circ + C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 75^\circ) \pm (C_2 \sin 30^\circ + C_4 \sin 60^\circ + C_6) \\ \left. \begin{array}{l} 12 A_3 \\ 12 A_9 \end{array} \right\} = (C_1 + C_3 - C_5) \sin 45^\circ \pm (C_2 - C_6) \\ \left. \begin{array}{l} 12 A_5 \\ 12 A_7 \end{array} \right\} = (C_1 \sin 75^\circ - C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 15^\circ) \pm (C_2 \sin 30^\circ - C_4 \sin 60^\circ + C_6) \end{array}$$

$B$ -ligninger:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 B_1 \\ 12 B_{11} \end{array} \right\} = (D_0 + D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ) \pm (D_1 \cos 15^\circ + D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 75^\circ) \\ \left. \begin{array}{l} 12 B_3 \\ 12 B_9 \end{array} \right\} = (D_0 - D_4) \pm (D_1 - D_3 - D_5) \cos 45^\circ \\ \left. \begin{array}{l} 12 B_5 \\ 12 B_7 \end{array} \right\} = (D_0 - D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ) \pm (D_1 \cos 75^\circ - D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 15^\circ) \end{array}$$

De lige partialtoner:

$A$ -lign.	$B$ -lign.
$\left. \begin{array}{l} 12 A_2 \\ 12 A_{10} \end{array} \right\} = [(E_1 + E_6) \sin 30^\circ + E_3] \pm \pm (E_2 - E_4) \sin 60^\circ$	$\left. \begin{array}{l} 12 B_2 \\ 12 B_{10} \end{array} \right\} = [(F_2 - F_4) \cos 60^\circ - F_6] \pm \pm (F_1 - F_5) \cos 30^\circ$
$\left. \begin{array}{l} 12 A_4 \\ 12 A_8 \end{array} \right\} = (E_1 - E_6) \sin 60^\circ \pm \pm (E_2 - E_4) \sin 60^\circ$	$\left. \begin{array}{l} 12 B_4 \\ 12 B_8 \end{array} \right\} = [F_0 - (F_2 + F_4) \cos 60^\circ + F_6] \pm \pm [(F_1 + F_5) \cos 60^\circ - F_3]$
$12 A_6 = E_1 - E_3 + E_5$	$12 B_6 = F_0 - F_2 + F_4 - F_6$

Gruppeledene indefatte her følgende ordinator:

*C.*

$$\begin{aligned} C_1 &= y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23} \\ C_2 &= y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22} \\ C_3 &= y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21} \\ C_4 &= y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20} \\ C_5 &= y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19} \\ C_6 &= y_6 - y_{18} \end{aligned}$$

*D.*

$$\begin{aligned} D_0 &= y_0 - y_{12} \\ D_1 &= y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{23} \\ D_2 &= y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22} \\ D_3 &= y_3 - y_9 - y_{15} + y_{21} \\ D_4 &= y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20} \\ D_5 &= y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19} \end{aligned}$$

*E.*

$$\begin{aligned} E_1 &= y_1 - y_{11} + y_{13} - y_{23} \\ E_2 &= y_2 - y_{10} + y_{14} - y_{22} \\ E_3 &= y_3 - y_9 + y_{15} - y_{21} \\ E_4 &= y_4 - y_8 + y_{16} - y_{20} \\ E_5 &= y_5 - y_7 + y_{17} - y_{19} \end{aligned}$$

*F.*

$$\begin{aligned} F_0 &= y_0 + y_{12} \\ F_1 &= y_1 + y_{11} + y_{13} + y_{23} \\ F_2 &= y_2 + y_{10} + y_{14} + y_{22} \\ F_3 &= y_3 + y_9 + y_{15} + y_{21} \\ F_4 &= y_4 + y_8 + y_{16} + y_{20} \\ F_5 &= y_5 + y_7 + y_{17} + y_{19} \\ F_6 &= y_6 + y_{18} \end{aligned}$$

Som ovenfor omtalt går jeg ud fra den forudsætning, at der i stanolets kurvefordybninger neppe er nedlagt svingninger for højere partialtoner end den 10de. Derfor må en beregning af de 11 første partialtoner, som hos LAHR være tilstrækkelig. Regningen med 24 ordinator er (på grund af det ofte mødende  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ) meget bekvem; da man snart får formlerne og de faste logarithmer ind i hovedet, går regningen tildéls hélt mekanisk, let og sikkert: jeg kan foretage en analyse i løbet af omtrent 2 timer. Vilde jeg nu blive stående ved regning med ovenstående formler, så vilde jeg vel nå resultaterne med ulige større lethed end L., men resultaternes nøjagtighed vilde ikke være større end hos ham. Den fordel mit måleapparat har fremfor hans, den store lethed, hvormed det furnerer mig med såmange ordinator, jeg kan ønske, vilde ikke komme mig til nytte. Jeg kunde regne med et større antal ordinator f. ex. 60 eller 72, men regningen bliver jo med et større antal ordinator progressivt møjsommelig(er)e, og den vundne større nøjagtighed syntes mig købt for dyrt. Jeg måtte derfor stille mig den opgave at finde en

måde, på hvilken det var muligt at inddrage et stort antal observationer (f. ex. 120) i regningen uden samtidigt at gøre denne vidtløftigere og besværligere. Dette mål har jeg søgt at realisere ad følgende vej.

Når jeg lægger en sammensat svingningsperiode oven på en aldeles homoform, således at grundtonens 0-punkter falder sammen og adderer begge, fremkommer en ny periodisk svingning, der har samme fasestilling, men i hvilken de enkelte partialtoners amplitude er bleven fordoblet. Forskyder jeg den ene kurve et lidet stykke henad den anden, fremkommer en periodisk svingning, hvor fasestillingen er en anden og partialtonernes amplitude ikke længere er fordoblet, men noget mindre, nemlig  $2 \sin x$ , hvori  $x$  er mindre end  $90^\circ$ . Denne størrelse ( $\mu$ ) er forskellig for de forskellige partialtoner, idet den bliver mindre, jo højere partialtonen er. Men både faseforandringen og størrelserne  $\mu_1 \mu_2$  osv. kan man bestemme af forskydningsstykket. Den oprindelige fasestilling kan jeg fastholde, når jeg lægger 2 kurver (eller 4, 6 osv., altså bruger et ulige antal kurver) på en 3dje (5te, 7de osv.) og forskyder dem et bestemt stykke i modsat retning for den til grund liggende. Det er denne sidste metode, jeg anvender: jeg tager mine kurveperioder med 120 ordinater, bundter dem sammen 5 og 5, hvorved jeg får 24 ordinater, som jeg regner med. Ved hjælp af størrelserne  $\mu_1 \mu_2$  osv. rehabiliterer jeg i slutresultaterne værdierne for den oprindelige periode.

For at dokumentere principets rigtighed har jeg analyseret adskillige af Deres kurver med 48 ordinater, idet jeg har bundtet 3 og 3 sammen, nl.  $y_{47} + 2y_0 + y_1, y_1 + 2y_2 + y_3, y_3 + 2y_4 + y_5$  osv., hvorved jeg får de 48 ordinater indtagne i regningen hver 2 gange;  $\mu_1$  er ved denne kombination  $= 4 \sin^2 86^\circ 15'$ ,  $\mu^2 = 4 \sin^2 82^\circ 30'$  osv.; se på foden af bilaget under A. Analysen af Deres kurve no. IX er givet på bilaget (med angivelse af hovedstadierne i beregningen for det tilfælde, at De skulde ønske at kontrolere min



B. Analyse af kurven af en a-stemfløjte (tungepipe) på grundlag af 120 ordinater. Intensiteterne beregnede i forhold til grundtonens intensitet = 1.

	Y <sub>0</sub> (0-4)	Y <sub>1</sub> (5-9)	Y <sub>2</sub> (10-14)	Y <sub>3</sub> (15-19)	Y <sub>4</sub> (20-24)	Y <sub>5</sub> (25-29)	Y <sub>6</sub> (30-34)	Y <sub>7</sub> (35-39)	Y <sub>8</sub> (40-44)	Y <sub>9</sub> (45-49)	Y <sub>10</sub> (50-54)	Y <sub>11</sub> (55-59)	Y <sub>12</sub> (60-64)	Y <sub>13</sub> (65-69)	Y <sub>14</sub> (70-74)	Y <sub>15</sub> (75-79)	Y <sub>16</sub> (80-84)	Y <sub>17</sub> (85-89)	Y <sub>18</sub> (90-94)	Y <sub>19</sub> (95-99)	Y <sub>20</sub> (100-104)	Y <sub>21</sub> (105-109)	Y <sub>22</sub> (110-114)	Y <sub>23</sub> (115-119)
	56.00	52.18	44.98	31.80	- 4.49	- 20.36	- 36.21	- 41.90	- 40.47	- 32.94	- 21.94	- 11.08	- 5.42	- 5.13	9.92	- 17.35	- 21.28	- 20.09	- 11.19	+ 1.65	16.46	31.67	43.80	51.93
	111.22	101.52	86.42	54.40	- 1.08	- 47.74	- 76.04	- 84.28	- 78.68	- 61.90	- 39.76	- 18.64	- 9.76	- 11.44	- 23.06	- 36.90	- 42.58	- 37.12	- 17.04	8.70	39.20	69.44	90.94	106.72
	109.86	99.06	82.02	43.44	- 10.48	- 54.96	- 79.08	- 84.50	- 76.34	- 57.36	- 34.94	- 15.14	- 8.68	- 12.72	- 26.10	- 39.08	- 42.38	- 33.76	- 13.26	15.40	44.90	74.16	94.54	109.12
	108.36	96.48	77.94	32.08	- 20.62	- 61.98	- 81.46	- 84.38	- 73.36	- 53.12	- 30.58	- 13.64	- 8.92	- 14.38	- 29.00	- 40.80	- 42.14	- 29.82	- 8.20	21.02	50.98	78.86	98.00	110.94
	53.28	46.53	35.88	10.34	- 15.53	- 33.77	- 41.42	- 41.50	- 34.83	- 24.36	- 13.56	- 6.10	- 4.70	- 8.56	- 16.09	- 20.80	- 20.76	- 13.11	- 1.36	13.56	28.21	41.68	50.44	55.88
	+ 438.72	+ 395.77	+ 327.24	+ 172.06	- 52.20	- 218.81	- 314.21	- 336.56	- 303.68	- 229.68	- 140.78	- 64.60	- 37.48	- 52.23	- 104.17	- 154.93	- 169.14	- 133.90	- 51.05	+ 60.33	+ 179.75	+ 295.81	+ 377.72	+ 434.59
	- 37.48	- 52.23	- 104.17	- 154.93	- 169.14	- 133.90	- 51.05	+ 60.33	+ 179.75	+ 295.81	+ 377.72	+ 434.59	+ 438.72	+ 395.77	+ 327.24	+ 172.06	- 52.20	- 218.81	- 314.21	- 336.56	- 303.68	- 229.68	- 140.78	- 64.60
	+ 476.20	+ 448.00	+ 431.41	+ 326.99	+ 116.94	- 84.91	- 263.16	- 396.89	- 483.43	- 525.49	- 518.50	- 499.19	+ 401.24	+ 343.54	+ 223.07	+ 17.13	- 221.34	- 352.71	- 365.26	- 276.23	- 123.93	+ 66.13	+ 236.94	- 369.99
		- 499.19	- 518.50	- 525.49	- 483.43	- 396.89								+ 369.99	+ 236.94	+ 66.13	- 123.93	- 276.23						
<b>C.:</b>		- 51.19	- 87.09	- 198.50	- 366.49	- 481.80	- 263.16							- 26.45	- 13.87	- 49.00	- 97.41	- 76.48						
<b>D.:</b>	0.	1.	2.	3.	4.	5.								1.	2.	3.	4.	5.	6.					

Talmateriale til beregning af de ulige partialtoner.

(Første led skaffes bort:

Talmateriale til beregning af de lige partialtoner.

De ulige partialtoner

<b>Pt I/XI:</b> $C_1 \sin 15^\circ + C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 75^\circ$ $\pm C_2 \sin 30^\circ + C_4 \sin 60^\circ + C_6$	= - 618.9927360 = - 624.0946600 = - 1243.0873960 = + 5.1019240	$D_0 + D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ$ $D_1 \cos 15^\circ + D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 75^\circ$	= + 1599.0131900 = + 1598.4560040 = + 3197.4871940 = + 0.5751860
$12 \mu_1 A_1$ $12 \mu_{11} A_{11}$		$12 \mu_1 B_1$ $12 \mu_{11} B_{11}$	
$12^2 \mu_1^2 (A_1^2 + B_1^2) = 1545266.4 + 10223928.0 = 11769194.04$		$12^2 \mu_{11}^2 (A_{11}^2 + B_{11}^2) = 26.029618 + 0.33083892 = 26.36045692$	
$\alpha_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = 35.81$ (9257); $I_1 = [1.00]$		$\alpha_{11} = 0.07$ (936...); $I_{11} = 0.00$ (0454...)	
<b>Pt III/IX:</b> $(C_1 + C_3 - C_5) \sin 45^\circ$ $\pm C_2 - C_6$	= + 164.1266100 = + 176.0700000 = + 340.1966100 = - 11.9433900	$D_0 - D_4$ $(D_1 - D_3 - D_5) \cos 45^\circ$	= - 124.1700000 = - 153.6331100 = - 277.8031100 = + 29.4631100
$12 \mu_3 A_3$ $12 \mu_6 A_6$		$12 \mu_3 B_3$ $12 \mu_6 B_6$	
$12^2 \mu_3^2 (A_3^2 + B_3^2) = 115738.72 + 77174.572 = 192908.292$		$12^2 \mu_6^2 (A_6^2 + B_6^2) = 142.64259 + 868.07520 = 1010.71779$	
$\alpha_3 = 4.66$ (09...); $I_3 = 0.15$ (247...)		$\alpha_6 = 0.39$ (309...); $I_6 = 0.01$ (976...)	
<b>Pt V/VII:</b> $C_1 \sin 75^\circ - C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 15^\circ$ $\pm C_2 \sin 30^\circ - C_4 \sin 60^\circ + C_6$	= - 33.7840550 = + 11.6846600 = - 22.0993950 = - 45.4687150	$D_0 - D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ$ $D_1 \cos 75^\circ - D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 15^\circ$	= - 46.2611900 = - 56.2940600 = - 102.5552500 = - 10.0328700
$12 \mu_7 A_7$		$12 \mu_7 B_7$	
$12^2 \mu_7^2 (A_7^2 + B_7^2) = 488.38322 + 10517.57800 = 11005.96122$		$12^2 \mu_7^2 (A_7^2 + B_7^2) = 2067.4048 + 100.6585 = 2168.0633$	
$\alpha_7 = 1.15$ (096...); $I_7 = 0.03$ (58...)		$\alpha_7 = 0.54$ (7379...); $I_7 = 0.01$ (0348...)	

De lige partialtoner

<b>Pt II/X:</b> $(E_1 + E_3) \sin 30^\circ + E_5$ $\pm (E_2 - E_4) \sin 60^\circ$	= - 100.4650000 = - 96.3712890 = - 196.8362890 = - 4.0937110	$(F_2 - F_4) \cos 60^\circ - F_6$ $(F_1 - F_3) \cos 30^\circ$	= + 1169.1400000 = + 1162.6131000 = + 2331.7531000 = + 6.5269000
$12 \mu_2 A_2$ $12 \mu_{10} A_{10}$		$12 \mu_2 B_2$ $12 \mu_{10} B_{10}$	
$12^2 \mu_2^2 (A_2^2 + B_2^2) = 38744.527 + 5437073.750 = 5475518.277$		$12^2 \mu_{10}^2 (A_{10}^2 + B_{10}^2) = 16.75847 + 42.60043 = 59.35890$	
$\alpha_2 = 24.58$ (7068...); $I_2 = 1.88$ (42113...)		$\alpha_{10} = 0.10$ (932...); $I_{10} = 0.00$ (0769...)	
<b>Pt IV/VIII:</b> $(E_1 - E_3) \sin 60^\circ$ $\pm (E_2 - E_4) \sin 30^\circ$	= + 43.3272500 = + 72.3477670 = + 115.6750170 = - 29.0205170	$(- (F_2 + F_4) \cos 60^\circ + F_6)$ $(F_1 + F_3) \cos 60^\circ - F_3$	= - 21.3900000 = - 40.9650000 = - 62.3550000 = + 19.5750000
$12 \mu_4 A_4$ $12 \mu_8 A_8$		$12 \mu_4 B_4$ $12 \mu_8 B_8$	
$12^2 \mu_4^2 (A_4^2 + B_4^2) = 13380.7090 + 3888.1463 = 17268.8553$		$12^2 \mu_8^2 (A_8^2 + B_8^2) = 842.19058 + 383.18070 = 1225.37128$	
$\alpha_4 = 1.41$ (4904...); $I_4 = 0.02$ (4979...)		$\alpha_8 = 0.42$ (7199...); $I_8 = 0.01$ (8686...)	
<b>Pt VI:</b> $E_1 - E_3 + E_5 = 12 \mu_6 A_6$ $12^2 \mu_6^2 (A_6^2 + B_6^2) = 2908.4447 + 1503.8883 = 4412.333$		$- F_2 + F_4 - F_6 = 12 \mu_6 B_6$	= - 38.7800000
$\alpha_6 = 0.7$ (579...); $I_6 = 0.02$ (9658...)			

$\mu$ 's værdier i denne kombination:

$\mu_1 = 8. \sin^2 88^\circ 30' . \sin 87^\circ$	$\mu_5 = 8. \sin^2 82^\circ 30' . \sin 75^\circ$	$\mu_9 = 8. \sin^2 76^\circ 30' . \sin 63^\circ$
$\mu_2 = 8. \sin^2 87^\circ . \sin 84^\circ$	$\mu_6 = 8. \sin^2 81^\circ . \sin 72^\circ$	$\mu_{10} = 8. \sin^2 75^\circ . \sin 60^\circ$
$\mu_3 = 8. \sin^2 85^\circ 30' . \sin 81^\circ$	$\mu_7 = 8. \sin^2 79^\circ 30' . \sin 69^\circ$	$\mu_{11} = 8. \sin^2 73^\circ 30' . \sin 57^\circ$
$\mu_4 = 8. \sin^2 84^\circ . \sin 78^\circ$	$\mu_8 = 8. \sin^2 78^\circ . \sin 66^\circ$	

Faste logaritmer:

$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ : 9.4129962$	$12^2 \mu_2^2 : 3.9558085$
$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ : 9.9484850$	$12^2 \mu_5^2 : 3.9195045$
$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ : 9.9375306$	$12^2 \mu_9^2 : 3.8994347$
$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ : 9.9349438$	$12^2 \mu_3^2 : 3.8755103$
	$12^2 \mu_7^2 : 3.8476205$
	$12^2 \mu_6^2 : 3.9627561$
	$12^2 \mu_{10}^2 : 3.8156308$
	$12^2 \mu_4^2 : 3.9573887$
	$12^2 \mu_{11}^2 : 3.7973789$
	$12^2 \mu_8^2 : 3.9484187$
	$12^2 \mu_{11}^2 : 3.7386733$

In casu tilbagevendende logar.:

$C_1 : (-)1.7091851$	$D_1 : (+)2.9764371$
$C_2 : (-)2.2977605$	$D_2 : (+)2.9776825$
$C_3 : (-)2.5640621$	$D_3 : (+)2.9306842$
$C_4 : (-)2.6828668$	$D_4 : (+)2.4941268$

$y_0$ (47 + 2 × 0 + 1)	$y_1$ (1 + 2 × 2 + 3)	$y_2$ (3 + 2 × 4 + 5)	$y_3$ (5 + 2 × 6 + 7)	$y_4$ (7 + 2 × 8 + 9)	$y_5$ (9 + 2 × 10 + 11)	$y_6$ (11 + 2 × 12 + 13)	$y_7$ (13 + 2 × 14 + 15)	$y_8$ (15 + 2 × 16 + 17)	$y_9$ (17 + 2 × 18 + 19)	$y_{10}$ (19 + 2 × 20 + 21)	$y_{11}$ (21 + 2 × 22 + 23)	$y_{12}$ (23 + 2 × 24 + 25)	$y_{13}$ (25 + 2 × 26 + 27)	$y_{14}$ (27 + 2 × 28 + 29)	$y_{15}$ (29 + 2 × 30 + 31)	$y_{16}$ (31 + 2 × 32 + 33)	$y_{17}$ (33 + 2 × 34 + 35)	$y_{18}$ (35 + 2 × 36 + 37)	$y_{19}$ (37 + 2 × 38 + 39)	$y_{20}$ (39 + 2 × 40 + 41)	$y_{21}$ (41 + 2 × 42 + 43)	$y_{22}$ (43 + 2 × 44 + 45)	$y_{23}$ (45 + 2 × 46 + 47)	
9.0	19.0	28.3	35.3	37.0	33.1	25.4	15.9	7.5	1.5	0.0	3.4	11.5	20.2	26.7	29.3	27.7	24.4	19.6	15.3	9.6	3.8	0.7	2.3	
27.4	48.2	64.4	74.0	71.2	59.2	41.2	22.2	8.4	0.6	2.2	13.4	31.4	48.0	57.2	58.0	52.0	44.0	35.2	25.4	13.4	3.2	2.2	9.6	
19.0	28.3	35.3	37.0	33.1	25.4	15.9	7.5	1.5	0.0	3.4	11.5	20.2	26.7	29.3	27.7	24.4	19.6	15.3	9.6	3.8	0.7	2.3	9.0	
55.4	95.5	128.0	146.3	141.3	117.7	82.5	45.6	17.4	2.1	5.6	28.3	63.1	94.9	113.2	115.0	104.1	88.0	70.1	50.3	26.8	7.7	5.2	20.9	
$\div (y_{12})$	$(y_{13})$	$(y_{14})$										$(y_0)$	$(y_1)$	$y_2$										+
63.1	94.9	113.2	115.0	104.1	88.0	70.1	50.3	26.8	7.7	5.2	20.9	55.4	95.5	128.0	146.3	141.3	117.7	82.5	45.6	17.4	2.1	5.6	28.3	
-7.7	+ 0.6	+ 14.8	+ 31.3	+ 37.2	+ 29.7	+ 12.4	- 4.7	- 9.4	- 5.6	+ 0.4	+ 7.4	+ 118.5	+ 190.4	+ 241.2	+ 261.3	+ 245.4	+ 205.7	+ 152.6	+ 95.9	+ 44.2	+ 9.8	+ 10.8	+ 49.2	
±	+ 7.4	+ 0.4	- 5.6	- 9.4	- 4.7							+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
	+ 8.0	+ 15.2	+ 25.7	+ 27.8	+ 25.0	+ 12.4							+ 141.2	+ 230.4	+ 251.5	+ 201.2	+ 109.8							
<b>C.:</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Talmateriale for de ulige partialtoner.						<b>E.:</b>	1.	2.	3.	4.	5.	Talmateriale for de lige partialtoner.					
<b>D.:</b>	-7.7	-6.8	+14.4	+36.9	+46.6	+34.4																		
	0.	1.	2.	3.	4.	5.																		

De ulige partialtoner.

**Pt I/XI:**  $C_1 \sin 15^\circ + C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 75^\circ = +44.3913424$   
 $\pm C_2 \sin 30^\circ + C_4 \sin 60^\circ + C_6 = +44.0755060$   
 $12 \mu_1 A_1 = +88.4668484$   
 $12 \mu_{11} A_{11} = +0.3158364$   
 $12^2 \mu_1^2 (A_1^2 + B_1^2) = 7826.3817$   
 $+ 3192.0330 = 11018.4147$   
 $\alpha_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = 2.20 (624 \dots) [P.: 2.20]$   
 (19)

$D_0 + D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ = +28.0707630$   
 $\pm D_1 \cos 15^\circ + D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 15^\circ = +28.4273200$   
 $12 \mu_1 B_1 = +56.4980830$   
 $12 \mu_{11} B_{11} = -0.3565570$   
 $12^2 \mu_1^2 (A_{11}^2 + B_{11}^2) = 0.09975264 + 0.12713288 = 0.22688552$   
 $\alpha_{11} = 0.02 (755 \dots) [P.: 0.05]$   
 (1)

**Pt III/IX:**  $(C_1 + C_3 + C_5) \sin 45^\circ = +6.1518300$   
 $\pm C_2 - C_6 = +2.8000000$   
 $12 \mu_3 A_3 = +8.9518300$   
 $12 \mu_9 A_9 = +3.3518300$   
 $12^2 \mu_3^2 (A_3^2 + B_3^2) = 11995.739$   
 $+ 80.132254 = 12075.874254$   
 $\alpha_3 = 2.38 (996 \dots) [P.: 2.38]$   
 (7)

$D_0 - D_4 = -54.3000000$   
 $\pm (D_1 - D_3 - D_5) \cos 45^\circ = -55.2250380$   
 $12 \mu_3 B_3 = -109.5250380$   
 $12 \mu_9 B_9 = +0.9250380$   
 $12^2 \mu_3^2 (A_3^2 + B_3^2) = 11.234765 + 0.8556954 = 12.0904604$   
 $\alpha_9 = 0.10 (478 \dots) [P.: 0.10]$

**Pt V/VII:**  $C_1 \sin 75^\circ - C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 15^\circ = -3.9747628$   
 $\pm C_2 \sin 30^\circ - C_4 \sin 60^\circ + C_6 = -4.0755060$   
 $12 \mu_2 A_2 = -8.0502688$   
 $12 \mu_7 A_7 = +0.1007432$   
 $12^2 \mu_2^2 (A_2^2 + B_2^2) = 64.80066$   
 $+ 72.33285 = 137.13351$   
 $\alpha_2 = 0.27 (2085) [P.: 0.27.]$

$D_0 - D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ = +3.1292370$   
 $\pm D_1 \cos 75^\circ - D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 15^\circ = +5.3756347$   
 $12 \mu_2 B_2 = +8.5048717$   
 $12 \mu_7 B_7 = -2.2463977$   
 $12^2 \mu_2^2 (A_2^2 + B_2^2) = 0.010148587 + 5.046303500 = 5.056452087$   
 $\alpha_7 = 0.06 (8239 \dots) [P.: 0.05]$   
 (5)

De lige partialtoner.

**Pt II/X:**  $(E_1 + E_3) \sin 30^\circ + E_5 = +377.0000000$   
 $\pm (E_2 + E_4) \sin 60^\circ = +373.7765100$   
 $12 \mu_2 A_2 = +750.7765100$   
 $12 \mu_{10} A_{10} = +3.2234900$   
 $12^2 \mu_2^2 (A_2^2 + B_2^2) = 563665.390 + 11362.184 = 575027.574$   
 $\alpha_2 = 16.07 (185 \dots) [P.: 16.07]$

$(F_3 - F_4) \cos 60^\circ - F_6 = -52.9000000$   
 $\pm (F_1 - F_5) \cos 30^\circ = -53.6935610$   
 $12 \mu_2 B_2 = -106.5935610$   
 $12 \mu_{10} B_{10} = +0.7935610$   
 $12^2 \mu_{10}^2 (A_{10}^2 + B_{10}^2) = 10.390893 + 0.629739 = 11.020632$   
 $\alpha_{10} = 0.11 (9882 \dots) [P.: 0.08]$   
 (0)

**Pt IV/VIII:**  $(E_1 - E_3) \sin 60^\circ = +27.1981940$   
 $\pm (E_2 + E_4) \sin 60^\circ = +25.2879410$   
 $12 \mu_4 A_4 = +52.4811350$   
 $12 \mu_8 A_8 = +1.9052530$   
 $12^2 \mu_4^2 (A_4^2 + B_4^2) = 2754.27 + 0.04 = 2754.31$   
 $\alpha_4 = 1.17 (1856 \dots) [P.: 1.17]$

$-(F_2 + F_4) \cos 60^\circ + F_6 = +0.3000000$   
 $\pm (F_1 + F_5) \cos 60^\circ - F_3 = -0.5000000$   
 $12 \mu_4 B_4 = -0.2000000$   
 $12 \mu_8 B_8 = +0.8000000$   
 $12^2 \mu_8^2 (A_8^2 + B_8^2) = 3.63 + 0.64 = 4.27$   
 $\alpha_8 = 0.06 (7399 \dots) [P.: 0.05]$   
 (5)

**Pt VI:**  $E_1 - E_3 + E_5 = 12 \mu_6 A_6 = +0.500$   
 $12^2 \mu_6^2 (A_6^2 + B_6^2) = 0.25 + 12.25 = 12.50$   
 $\alpha_6 = 0.09 (6295 \dots) [P.: 0.09]$   
 (8)

$-F_2 + F_4 - F_6 = 12 \mu_6 B_6 = +3.500$

$\mu$ 's værdier i denne kombination:

$\mu_1 = 4. \sin^2 86^\circ 15'$	$\mu_2 = 4. \sin^2 71^\circ 15'$	$\mu_3 = 4. \sin^2 56^\circ 15'$
$\mu_4 = 4. \sin^2 82^\circ 30'$	$\mu_5 = 4. \sin^2 67^\circ 30'$	$\mu_6 = 4. \sin^2 52^\circ 30'$
$\mu_7 = 4. \sin^2 78^\circ 45'$	$\mu_8 = 4. \sin^2 63^\circ 45'$	$\mu_9 = 4. \sin^2 48^\circ 45'$
$\mu_{10} = 4. \sin^2 75^\circ$	$\mu_{11} = 4. \sin^2 60^\circ$	

Faste logaritmer:

$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ: 9.4129962$	$12^2 \mu_4^2: 3.3022577$
$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ: 9.8494850$	$12^2 \mu_6^2: 3.2677541$
$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ: 9.9375306$	$12^2 \mu_8^2: 3.2249437$
$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ: 9.9849438$	$12^2 \mu_{10}^2: 3.1734057$
	$12^2 \mu_{11}^2: 3.1126049$
	$12^2 \mu_1^2: 3.3587589$
	$12^2 \mu_2^2: 3.3475569$
	$12^2 \mu_3^2: 3.3287781$

In casu tilbagevendende logaritmer:

$C_1: (+) 0.9030900$	$D_1: (-) 0.8325089$
$C_3: (+) 1.4099331$	$D_3: (+) 1.1583625$
$C_5: (+) 1.4440448$	$D_5: (+) 1.5670264$
$C_7: (+) 1.3979400$	$D_7: (+) 1.5365584$

regning). De vil sé, at vore resultater stemmer fuldstændigt ved ptt. I (2.20), II (16.07), III (2.38), IV (1.17), V (0.27), VI (0.09), IX (0.10); de afviger lidt i VII (hos Dem: 0.05, hos mig 0.06) og VIII (0.05 imod 0.06), noget mere i X (0.08 imod 0.11) og X(I) (0.05 imod 0.02). På lignende måde forholder det sig med andre af Deres kurver. I no. XII, hvor De efter Deres princip har afbrudt regningen ved den 5te ptt. er forholdet således:

Ptt.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
hos Dem:	1.51	4.15	5.05	6.03	6.61	—	—	—	—	—	—
„ mig:	id.	id.	id.	6.02	id.	0.10	0.05	0.09	0.12	0.25	0.13

Slutteligen giver jeg på bilaget en analyse af en af mine egne kurver. De 120 ordinatorer er kombinerede således:  $y_0 + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 + y_4$ ,  $y_5 + 2y_6 + 2y_7 + 2y_8 + y_9$ ,  $y_{10} + 2y_{11} + 2y_{12} + 2y_{13} + y_{14}$  osv. De 3 midterækker angiver altså ordinatorerne i fordoblet størrelse. Apparatet giver mig ordinatorerne med én decimal, denne taget efter skön; ved den oven berørte korrektur tager jeg den anden decimal med.

Nu må jeg bede Dem være overbærende med min ikke-fagmæssige og derfor vistnok kejtede udtryksmåde og skrive den på dilettantens regning. — Hvis min formodning om, at hr. dr. N. E. SETÄLÄ har givet Dem anvisning på mig, (er rigtig), må jeg bede Dem bringe ham min venligste tak derfor. Selv takkes De endnu engang for den tilsendte afhandling, der, som dette brev vil dokumentere, ikke så lidt har taget mine tanker fangen. Jeg er

med megen höjagtelse

Deres hengivne

KARL VERNER.

København d. 30. juni 1890.  
Dronningens vej. F.

Höjt agtede og kære hr. dr. PIPPING.

Jeg håber, at De har givet mig absolution for min for-sømmelighed i besvarelse af Deres kærkommende og venlige brev. Dem og Deres hustru bringer jeg min venligste tak for indbydelsen til at gæste Helsingfors, men så gerne jeg end vilde, tillader forholdene mig ikke at give mig ud på en så lang rejse i denne sommer; jeg husker, hvilket venligt og hjemligt indtryk den finske hovedstad gjorde på mig, da jeg i høsten 1872 vendte hjem efter halvandet års ophold i Petersborg og Moskva og på den finske banegård i Petersborg kunde bestille jærnbanebilletten på dansk.

Hvad der forbavsede og glædede mig mést i Deres brev, var den oplysning, at De ikke, som jeg antog, er fysiker ex professo, men, ligesom jeg, lingvist, thi déls fik jeg derved endnu større respekt for Deres arbejde, déls føler jeg mig ikke så stærkt trykket som dilettant, om jeg i mit brev til Dem blotter min dilettantisme i en utilbørlig grad; non omnes omnia possumus.

Jeg meddelte Dem i sidste brev min beregningsmethode, — som jeg senere har simplificeret noget, idet jeg ikke behøver at regne med et multiplum af 24 ordinatorer (96, 144, 192 . . .), for at finde de 11 partialtoner, men kan tage et hvilketsomhelst ordinattal f. ex. 149 — og skal nu efter løfte søge at beskrive Dem mit apparat, så godt jeg formår; jeg er, som De vil sé, en dårlig tegner.

Mit måleapparat er ligesom Skotternes og LAHR's baseret på EDISON'S fonograf. Da den første fonograf i 1878 kom herover fra Amerika og af E.'s agent en hr. PUSCHKA var bleven præsenteret for Pariserakademiet, havde jeg, der dengang var ansat ved universitetet i Halle, leilighed til at sé og høre den vidunderlige maskine i Leipzig. Jeg var led og ked af den uforbederlige lydfysiologi, som sprogmandene

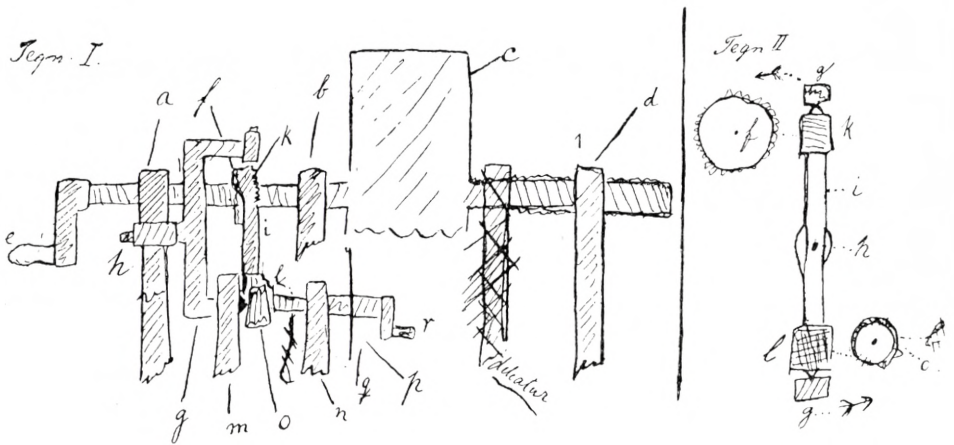
hidtil havde taget deres tilflugt til; det var mig klart, at her var et nyt vehikel for lingvistiken, idet de flygtige lydbølger her var fastholdte og magasinerede; det er jo enhver videnskabs opgave at gøre sig de mødende fænomener så konkrete som muligt: fra den temmelig ufuldkomne høresans måtte man ved hensigtssvarende midler kunne overføre lyd og toner til vort skarpeste sanseområde, synet; man måtte, så at sige, kunne tage og føle på lydene. Jeg udkastede da idéen til mit apparat, således som det er nu, men omstændighederne har først tilladt mig at realisere tanken for et par år siden, da jeg var kommen til ro herhjemme.

Min fonograf er af EDISON'S første udgave, da den forbedrede udgave endnu ikke var kommen til verden for 2 år siden, kun med nogle småændringer af hensyn til øjemedet: cylinderen har et temmeligt stort omfang (454 mm), rillerne på cylinderens overflade (yta) står videre fra hverandre, for at staniolindtrykkene i den ene rille ikke skal influere på og forstyrre indtrykkene i naborillerne. Som svingningsmembran brugte jeg først almindeligt tyndt brevpapir, men dettes konsistens krævede stadig fornyelse, og senere valgte jeg derfor en ganske tynd guldslegerhinde, skyttet imod åndens indflydelse ved en fin glimmer- (marienglas-) flise på talesiden (bedre er åbenbart, som hos Dem, en gummihinde).

Intet øjeblik dukkede den tanke op hos mig at få en mindre forstørrelse ved hjælp af en vægtstang, og derefter igen at forstørre forstørrelsen under mikroskop, som de andre gör; jeg søgte en direkte forstørrelse, som strax kunde indgå i regningen. Det gjaldt om 1° at forstørre staniolindtrykkenes længde  $\rho$ : svingningstiden, og 2° staniolindtrykkenes dybde  $\sigma$ : svingningspunktets bevægelse i rummet, men begge forstørrelser kunde være uafhængige af hverandre; Skotterne angiver jo deres længde-forstørrelse = 7 og dybde-forstørrelsen = 4—400 gange.

Staniolindtrykkenes længdeforstørrelse opnår jeg på

følgende måde: I den kejtede tegning på modstående side [Tegn. I] ses bagtil fonografaxen, hvilende på opstanderene *a*, *b* og *d* med fonografcylinderen *c*, der under fonografens gang bevæger sig fra opstanderen *b* til *d*, og med håndtaget *e*. Ved *f* er der på denne axe anbragt et tandhjul (med 56 tænder), der ved en kappe om axen vel følger cylinderens rundgående bevægelse, men ikke dennes frem- og tilbagegående bevægelse, altså stadigt holdes fast på sin plads emellem opstanderne *a* og *b*.



Foran fonografcylinderen, men med sit drejningspunkt(*l*) *h* anbragt på fonografaxens opstander *a*, findes en jærnramme *g*, der tilhøjre på sin åbne side bærer en spindel *i*, forsynet med en endeløs skrue foroven (*k*), der i skruegang stemmer overens med tandhjulet *f* og ved rammens drejning fakultatativ kan sættes i eller ud af forbindelse med hint; forneden ved *l* bærer spindelen *i* et tandhjul (med 24 tænder).

Foran rammen hviler i 2 opstandere, *m* og *n*, en lavere axe, på hvis ende, lige ud for tandhjulet *l*, der er anbragt en anden endeløs skrue *o*, ved *p* findes en deleskive, hvis indikator *q* er fæstnet på fonografens grundflade; denne axe drejes med håndtaget *r*. Denne lavere axe ligger, for at

komme uden om den store fonografcylander, ikke  $\neq$  med fonografaxen men i en vinkel  $\setminus$ .

I tegn. II har jeg skitseret den måde, hvorpå fonografaxen og måleaxen kobles sammen. Står rammen ( $g$ ) med sin spindel ( $i$ ) lodret, er skruen  $k$  og tandhjulet  $l$  ude af forbindelse med resp. tandhjulet  $f$  og skruen  $o$ ; cylinderen  $c$  kan nu bevæges ved håndtaget  $e$   $\circ$ : jeg kan fylde den med lydstof. Lægger jeg derimod ved en ved rammens drejningspunkt  $h$  anbragt mekanisme rammen i skråstilling, er fonografaxen og måleaxen koblede sammen, således at cylinderen ikke længere kan sættes i bevægelse med håndtaget  $e$ , men kun — og det umærkeligt langsomt — med håndtaget  $r$ .

Da det store tandhjul  $f$  har 56 tænder, det mindre  $l$  24 tænder, må måleaxen drejes  $56 \times 24 = 1344$  gange rundt, inden et punkt på cylinderen ( $c$ ) er nået én omgang (454 mm) rundt. Den på måleaxen anbragte måleskive  $p$  har 20 inddelingsstreger; for hver gang én af disse 20 delestreger passerer indikatoren ( $q$ ) antager jeg på millimeterpapir (s. vedlagte lap (S. 190)) et fodpunkt for en ordinat. For hver 20 millimeter (d. e. ordinatpunkter) på papiret har måleskiven ( $p$ ) altså bevæget sig én omgang, men til én omgang af måleskiven svarer der en bevægelse af  $454/1344$  mm = 0,33779 . . . mm af fonografcylanderens staniolindtrykkene, og fra delestreg til delestreg på måleskiven, passerer i staniolindtrykket en strækning af  $1/20$  gange denne størrelse = 0,016889 . . . mm. Eller — taget omvendt: Til 1 omdrejning af fonografcylanderens  $c$  svarer der, som nævnt, 1344 omdrejninger af måleskiven  $p$  eller  $20 \times 1344 = 26880$  delestreger (og millimetre på papiret); til 1 mm staniolindtryk svarer altså  $26880/454 = 59.2070$  . . delestreger, ordinater og millimetre på papiret. Dette er altså den længdeforstørrelse som kurverne får på mine tegninger (hvis jeg vil give sådanne, hvad der jo ikke behøves for beregningens skyld) i modsætning til Skotternes forstørrelse med 7 gange.

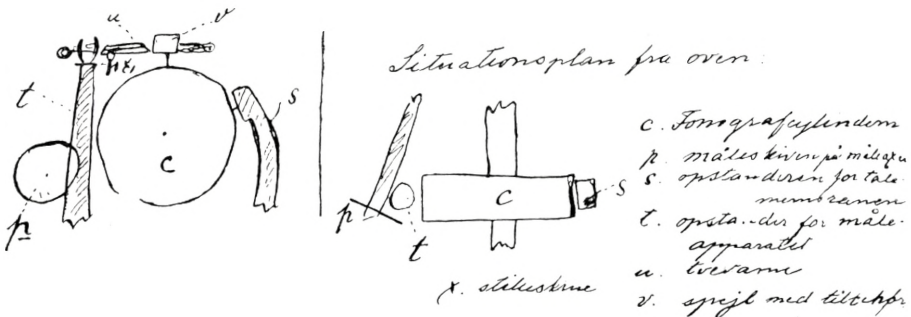
Men længden er her udtryk for tiden. Bruger jeg, når jeg fylder fonografen med lydstof, en omdrejningshastighed af 60 gange i minutet,<sup>1</sup> altså 1 omdrejning i secondet, så repræsenterer 1 omdrejning af måleskiven  $\frac{1}{1344}$  sec. = 0,74405 . . milliseconder, og  $\frac{1}{20}$  omdrejning af måleskiven (3: fra delestreg til delestreg på skiven og fra ordinat til ordinat = 1 mm på papiret) et tidsrum af 0,03720 . . . milliseconder ( $\mu$ ).

Den anden side af målingen dybdemålingen (ordinatmålingen) har voldet mig noget mere bryderi, men jeg kom dog omsider til et resultat, der i det mindste må kaldes originalt. Det var mig klart, at jeg måtte bruge et vægtstangssystem, men det var mig også hurtigt indlysende, at en mindre vægtstang ikke gav tilstrækkelig forstørrelse, og en meget stor vægtstang var ikke tænkelig. En kombination af 2 eller flere vægtstænger opgav jeg også: den vilde vanskelig blive praktiskabel, vilde blive mindre præcis, og forstørrelsen vilde alligevel ikke blive tilfredsstillende. Så kom jeg en dag til at tænke på at jeg ofte som skoledreng i den lille provinsby havde moret mig med ved hjælp af et lille stykke spejlglass fra den solbeskinnede lejlighed på den ene siden af gaden at sende en blinkende lysplet over i genbohusenes værelser, at lade pletten danse en lystig galop på den mørke baggrund, at belyse stueuhrets skive for at sé, hvor mange klokken var, hvad de dengang skarpe öjne tillod, nysgærrigt at tage alt i det fremmede værelse i nöjagtigt öjesyn, tobakspiberne på væggen, nipsgenstandene på kommoden o. s. v.; når genboeren eller genboersken opdagede den næsvise plet, så var den ved en ubetydelig håndbevægelse ude af værelset og ilede med lynets hast langs husrækken ned i den anden ende af gaden. Senere lærte jeg i skolen at en sådan lysplet er et strålebundt,

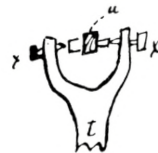
<sup>1</sup> Jeg bruger i virkelighed ved hjælp af et metronom en hastighed af 80 omdrejninger i minutet.



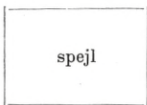
og at en så(dan) stråle går i en aldeles lige linje og har en vægtfylde = 0. Hvad, tænkte jeg, om man kunde benytte et sådant lille spejl og en så letbenet Mercurius som et strålebundt? Öjet kan man jo skærpe med en kikkert. Herpå har jeg baseret mit apparat hvis princip altså er benyttelsen af lysstrålen som vægtstang ved hjælp af spejlmåling. Jeg har indrettet det på følgende måde:



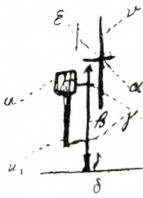
Bagved fonografacylindern (c) er i grundfladen anbragt en solid opstander *t*, der foroven bærer en tverarm *u*, der rager ud over fonografacylindern. Denne tverarm kan, for ikke at genere, når fonografacylindern fyldes, hæves op, idet den er anbragt drejeligt på opstanderen *t*'s øverste gaffeldannede ende, imellem 2 stilleskrue *x*, der tillige tjener til at indstille tverarmen *u* på rette sted over cylinderen. En anden stilleskrue *x*<sub>1</sub> er anbragt på tverarmen *u* og støtter sig imod et stålindlæg i opstanderen *t*; den tjener til at indstille tverarmen i den rette afstand fra cylinderen, når den er sænket ned til måling.

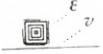


Tverarmen *u* er bærer af de lettere dele af det egentlige måleapparat et lille spejl af denne størrelse og en bag ved dette liggende fin nål. Spejlet *v* kan dreje sig om sin midtlinje om en fin stålstift-



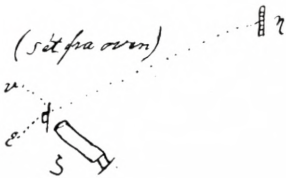
axel, der går igennem øjne  $a$ , som er forbundne med tverarmen  $u$  (hvad jeg ikke har kunnet få frem på tegningen til venstre). På bagsiden har spejlet en lille vandret



udstående plade  $\varepsilon$  af denne størrelse  ,

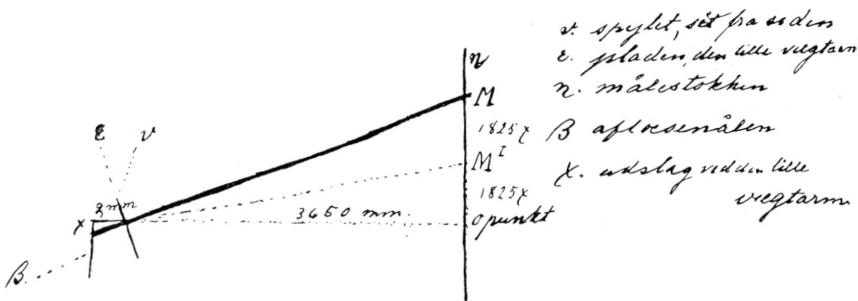
på undersiden belagt med en ganske tynd glasflise for at gøre den glat og uslidelig. Under denne plade findes så, lodret anbragt, en fin stålnål  $\beta$ , let bevægelig igennem og styret af 2 tynde stålbrystplader  $\gamma$ , der er fæstnede til tverarmen  $u$  og til en på dette sted anbragt nedadgående forlængelse af denne ( $u_1$ ). Nålen har foroven under pladen  $\varepsilon$  en dup, fordi den ellers vilde glide igennem hullerne i brystpladerne  $\gamma$  og falde ud. Forneden bærer nålen ligeledes en dup  $\delta$ , der har samme, lidt stumpet-koniske form, som svingningsmembranens stift har, der indtrykker kurverne i staniellet, når der tales til maskinen; kun er  $\delta$  en kende smallere, for at den med sikkerhed kan nå og følge bunden i kurverillerne. Nålen er anbragt i en afstand af henved 2 mm fra spejlfladen, når spejlet står lodret. Alle disse finere dele holdes letbevægelige ved smøring med glycerin.

Afstanden mellem nålen og spejlfladen, 2 mm, er vægtstangens korte arm; den lange vægtstangsarm dannes af en lysstråle på følgende måde.



Ganske tæt op imod spejlets flade er anbragt en kikkert, vandret men i en vinkel af  $45^\circ$  til den lodrette spejlflade. Kikkerten kan med stille-skruer indstilles i alle retningsr. Igen-gnem kikkerten, der har astronomisk okular og forstørrer 8—10 gange, sér man i spejlbillede en elfenbens målestok  $\eta$ , inddélt i millimetre med nulpunkt i midten og  $+5$ ,  $+10$ ,  $+15$  . . . el.  $-5$ ,  $-10$ ,  $-15$  . . . regnet resp. nedad eller opad. Målestokken er ophængt i

vindueskarmen under godt lys, og lyset forstærkes endnu ved en simpel hjemmelavet heliostat. Igennem kikkerten kan man med lethed aflæse indtil brøkdele af millimeteren. Når spejlet står lodret, og kikkerten er indstillet, vil kikkertens trådkors falde på målestokkens nulpunkt. Men den ubetydeligste ændring af spejlets stilling ved at pladen  $\epsilon$  hæver sig eller sænker sig med den underliggende aflæsenål ( $\beta$ ), bevirker, at trådkorset falder på en anden millimeterstreg, og udslagets størrelse indikerer så spejlfladens hældning, når man kender afstanden imellem spejlet og målestokken ( $\gamma$ ). Denne er hos mig 3,650 meter. Jeg har altså en vægtstang, hvis korte arm, som ovenfor nævnt, er = 2 mm men



hvis lange arm er 1825 gange større, nl. 3650 mm. Antages der et udslag =  $x$  ved den lille arm så vilde med en almindelig vægtstang (uden spejling) udslaget på målestokken vise på  $M^I = 1825 x$ , men da ifølge spejlingsloven reflexionsvinkelen er = indfaldsvinkelen, bliver udslaget fordoblet og falder på målestokken ved  $M = 3650 x$ . Det hele virker altså som en vægtstang, hvis korte arm er = 2 mm, medens den lange arm er =  $3650 \times 2$  mm, altså efter forholdet 1 : 3650. Så stor er altså ordinatforstørrelsen ved mit apparat.<sup>1</sup> Når

<sup>1</sup> Når jeg tidligere til Dem har angivet en forstørrelse af „over 2000 gange“, så var dette dels efter et skøn, dels for ikke at tage munden for fuld; efter nøjagtig måling af afstandene mellem spejlfladen og resp. aflæsenålen og målestok(k)en, må ovennævnte tal være rigtigere.

derfor trådkorset i kikkerten indicerer 1 mm på målestokken, vil dette sige, at aflæsenålen har hævet (el. sænket) sig  $\frac{1}{3650}$  mm = 0,0002739 . . mm, men da jeg ved kikkertens hjælp kan aflæse brøkdele af millimetren f. ex.  $\frac{1}{10}$  mm på målestokken, vil jeg kunne öjne den ubetydeligste ændring i niveau'et.

De vil se, at dybdemåleapparatet er et ret fintfølede nivellometer, om jeg må kalde det så, der uden tvivl må kunne finde anvendelse også på andre områder og særlig må kunne virke med god præcision, hvor grundlaget ikke — som her — er glidende, men hvor nålen bliver stående på stedet og kun har at indicere en hæven eller sænken. Dette er f. ex. tilfældet ved fluktuationerne i lufttrykket, og jeg har selv forsøgt apparatets sensibilitét ved dette middel. Overbinder man et lille sylteglas med en ikke altfor stram gummihinde, har man et aneroidbarometer af simpleste konstruktion, idet gummilåget efter det vaxlende lufttryk snart er konvext, snart konkavt. Jeg lagde en tynd stålpailet på midten af gummihinden, bragte glasset under aflæsenålen, og kunde nu, så at sige, følge lufttrykket med öjnene, idet jeg kunde bedöme, om det var stigende eller faldende, og ved observationer med visse minuters mellemrum kunde jeg beregne fald- eller stigningshastigheden. Idéen har jeg overladt en meteorologisk ven til nærmere undersögelse.

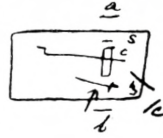


Jeg håber, at De, trods min ubehjælpssomme udtryksmåde og mine elendige tegninger, vil have forstået beskrivelsen og skal til slut korteligen gennemløbe hele fremgangsmåden fra först til sidst.

Har jeg valgt den lyd, jeg önsker at undersögge, kobler jeg måleapparaterne fra fonografen ved at bringe rammen *g* i sin lodrette hvilestilling og løfte tverarmen *u* op. Jeg tager plads foran opstanderen med talemembranen (*s*) ved *a*, be-

lægger cylinderen med staniol, sætter metronomet igang og indøver hånden til drejning efter takten, idet jeg samtidig vænner munden til en tydelig udtale af lyden.

[Nu får jo EDISON den konstante omdrejning langt sikrere ved hjælp af elektriciteten]. Så sætter jeg cylinderen igang uden at tiltale maskinen de første omgange, hvorved jeg får en



bølgeløs rille, og så gentager jeg lyden med en (bølgeløs) pause imellem hver gentagelse, så længe der er plads på cylinderen. Er cylinderen fyldt, og jeg vil aflæse en af kurverne (hvortil jeg naturligvis vælger den, som synes tydeligst for øjet), slår jeg membranopstanderen (*s*) fra, går om til pladsen *b*, drejer cylinderen tilbage til de bølgeløse begyndelsesomgange og sænker tverarmen *u*. Jeg kan nu imod lyset bedømme nålens stilling til staniolrillen; ved svage tryk på pladen *ε* lader jeg nålens dup gøre svage hulninger i rillen, og lysreflexionen på siderne af disse hulninger vejleder mig til ved hjælp af de 2 stilleskruer *xx* på opstanderen *t*'s gaffelformede ende at bringe aflæsenålen lige i midten af rillen. Er dette skét, drejer jeg cylinderen frem så langt, at aflæsenålen, når tverarmen sænkes, vil falde i den (bølgeløse) pause foran den kurverække, jeg ønsker at aflæse. Jeg tager så endelig sæde ved *c* foran kikkertens okular, kobler måleapparaterne til fonografen ved at bringe rammen *g* i skråstilling og sænke tverarmen *u*. Et blik i kikkerten vil nu vise trådkorset ved en eller anden millimeterstreg men ikke ved nulpunktet. Men hertil må trådkorset føres, og dette skér ved indstilling, dels med stilleskruen *x*, på tverarmen, dels med kikkertens stilleskruer.

Når nu måleaxen med måleskiven *p* drejes (venstre om, medens fonografaxen ved fyldningen drejes højre om), og aflæsenålen fra den glatte rille kommer ind i staniolbølgerne, begynder målestokken *γ* tilsyneladende inde i kikkerten en meget livlig spadseren op og ned, til stor forbavelse for ikke

indviede venner, der ikke lægger mærke til det lille spejl og dets for blotte öjne usynlige vibreren og forgæves søger det lyse „lebendige“ elfenbénsmål foran kikkertens objektiv, ikke anende, at det hænger ubevægeligt 7 alen bag deres ryg.

Med öjet for kikkertens okular, med venstre hånd drejende måleaxen, nedskriver jeg med en blyant i højre hånd for hver delingsstreg på måleskiven  $p$  den millimeterstreg på målestokken  $\gamma$ , som trådkorset indicerer; men skulde jeg for hver gang kaste öjet både på måleskiven  $p$  med dens indikator  $q$  og i kikkerten, vilde det forvirre synet og langsommeliggøre processen; jeg har derfor öjet udelukkende rettet ind i kikkerten, idet jeg ved et tryk på en mekanisme med venstre hånd nøjagtigt drejer måleaxen  $\frac{1}{20}$  rundt, altså fra delestreg til delestreg. — Brøkdelenene på målestokken  $\gamma$  tages efter et skön: jeg kan sé om trådkorset står f. ex. nøjagtigt på millimeterstregen 45, om det står  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  over 45, om det står lidt over eller under 45,  $45\frac{1}{4}$ ,  $45\frac{1}{2}$ ,  $45\frac{3}{4}$ ; dette noterer højre hånd således: 45, 45, 45, 45.1, 45,1, 45.1, 45.2 o. s. v., i alt 12 brøkdeler efter skön imellem millimeterstregerne.

$x$ -axen til beregning af kurverne er givet: det er kikkertens nulpunkt; ordinatlængderne koster mig hver kun en håndbevægelse og et blik i kikkerten; jeg kan strax fra de erholdte tal give mig til analysen, uden at jeg behøver at tegne kurven op på papiret, hvad jeg dog for sikkerheds skyld gör for at lade öjet revidere kurven. Erfaringen har nemlig lært mig, at en af de hyppigere forekommende observationsfejl er den, at öjet i kikkertens målestoksbillede let forvexler de med tykkere delestreger betegnede millimeterlinjer 5, 10, 15, 20 o. s. v. og lader f. ex. hånden nedskrive  $33^3$  istedenfor  $38^3$  eller omvendt, men 5 mm er en så stor diskrepans, at öjet let, hvor ordinaterne tages i så rigelig mængde, kan opdage fejlen, når kurven er overført på millimeterpapiret; se den vedlagte lille prøve på kurveoptegnelse (S. 190).

Erfaringen har også lært mig adskillige små forbedringer

som jeg ikke her er gået ind på, da de kun er accessionelle. Således er f. ex. partiet ved kikkertens objektivglas og spejlapparatet under observationen dækkede med en hætte, der holder det forstyrrende sidelys ude og igennem et indvendigt sværtet rør kun lader lyset fra målestokken nå ind til spejlet, hvorved spejlbilledet bliver skarpere og tydeligere.

Jeg gad vide, om det af Dem omtalte patent på målning ved hjælp af en lysstråle i det væsentlige er identisk med det her fremstillede; der er jo al sandsynlighed for det, men i udførelsens enkeltheder kan der jo være forskel.

Jeg antager, at De nu så nogenlunde forstår både min beregningsmethodes og mit apparats mysterier; skulde der endnu være noget, der er uklart for Dem, er jeg rede til at give videre oplysning.

Endnu engang må jeg til Dem og Deres hustru udtale min taknemlighed for Deres gæstfri tilbud, som jeg desværre må give afkald på.

Iøvrigt forbliver jeg

Deres hengivne

KARL VERNER.





**DEUX LETTRES DE KARL VERNER  
A M. HUGO PIPPING.**

PUBLIÉES PAR

VILH. THOMSEN et J. P. GRAM.

I.

Copenhague F. Dronningens vej, 28.  
24 février 1890.

Monsieur,

Mille pardons de ne vous avoir pas déjà remercié de l'honneur que vous avez bien voulu me faire en m'envoyant votre Thèse sur le Timbre des voyelles.<sup>1</sup> Mon excuse, c'est que je désirais vous répondre un peu longuement (au lieu de me contenter d'une banale formule de politesse) et vous montrer par là que votre livre était tombé entre les mains d'un lecteur reconnaissant. Mais voilà: d'autres devoirs m'ont retenu jusqu'à présent.

Nous autres linguistes appelons depuis longtemps le secours des sciences positives; l'analyse physiologique de la parole nous a rendu quelques services, il est vrai, mais cette discipline ne semble pas perfectible: ses moyens d'observation représentent à l'heure qu'il est un état si peu avancé qu'en dehors des questions tout à fait élémentaires messieurs les phonéticiens physiologistes se chamaillent de la façon la plus divertissante, alléguant le témoignage de leurs tympanes individuels. C'est de la physique, de l'acoustique, que doit venir le secours; malheureusement, messieurs les acousticiens prodiguent depuis de longues années leurs grands efforts à la solution des énigmes de l'Art (Musique), négligeant trop le phénomène qui fut pourtant l'origine de cet art, à savoir: la voix humaine, qui

<sup>1</sup> Om klangfärgen hos sjungna vokaler. Undersökning utförd vid fysiologiska institutet i Kiel medels HENSENS fonautograf. Af HUGO PIPPING. Helsingfors 1890. (Traduction en allemand: Zeitschrift für Biologie, vol. XXVII).

seule intéresse nous autres linguistes. Aussi les philologues doivent-ils se montrer reconnaissants de toute contribution venant de ce côté, et je crois me connaître assez en la matière pour pouvoir saluer en votre Thèse le premier essai — digne de confiance — qu'on ait fait jusqu'ici d'une analyse de courbes vibratoires enregistrées par la parole elle-même, les analyses de JENKIN-EWING et de LAHR, — cet étourdi que vous traitez vraiment avec trop d'égard —, étant sans doute absolument illusoire: ils échelonnent devant le lecteur une abondance de chiffres obtenus pour divers sons à des hauteurs différentes et le frustrent de la seule preuve valable de l'exactitude de ces courbes et analyses qui serait deux analyses tant soit peu accordantes d'un même son à une seule et même hauteur.

Je suppose que c'est votre compatriote, mon ami le Dr E.-N. SETÄLÄ, ou bien peut-être un autre ami et ancien collègue à l'université de Halle, M. HUGO GERING, actuellement professeur à l'université de Kiel, qui vous a fait savoir que je m'intéresse à ce domaine de l'acoustique, appelé sans doute à jouer un rôle important dans la linguistique de l'avenir, et que je m'amuse, à mes heures perdues, à étudier, en dilettante, ces courbes de sons. Qui que ce soit, je lui en suis reconnaissant. Mon intérêt pour ces questions remonte à l'année 1878 quand j'eus, à l'étranger, l'occasion de voir et d'entendre le premier phonographe d'EDISON, présenté par son agent Puschka. Comme tout le monde, je fus frappé d'entendre les sons fugitifs du langage fixés et emmagasinés avec leurs propriétés essentielles et caractéristiques. Toutefois il y a deux ou trois ans seulement que j'ai pu réaliser mes idées en construisant un appareil mesureur basé sur le phonographe. J'ignorais les tentatives déjà faites dans ce sens; ce n'est que plus tard que j'ai vu mentionner — dans un compte rendu de la Phonétique de Sievers — le mémoire de LAHR, où j'ai trouvé ensuite un renvoi à JENKIN-EWING. D'ailleurs je suis disposé à regarder mon ignorance a-prioristique comme une fameuse bonne chance, car si j'avais connu alors les travaux en question, je doute qu'aveuglé par le respect j'eusse jamais eu le courage de franchir le cercle de leurs idées. Autodidacte, j'ai dû partir de la table rase, tant pour la construction de l'appareil que

pour la méthode de calcul; je me suis frayé mon chemin, qui m'a conduit, sous l'un et l'autre rapport, à des résultats indépendants et — je l'espère — meilleurs que les précédents.

J'avoue ne pas connaître le phonautographe de Hensen; je le vis mentionner, pour la première fois, dans la thèse (assez insignifiante) de Paul Wendeler; je me propose d'en prendre connaissance quand même je devrais faire pour cela un voyage à Kiel. D'après ce que vous en dites, et à en juger par les courbes que vous reproduisez, l'appareil doit être très sensible, susceptible d'enregistrer des courbes de sons aux harmoniques plus élevés que ceux des courbes inscrites par les appareils enregistreurs basés sur le phonographe d'Edison. Dès le premier abord, je me suis dit qu'à partir d'une certaine limite (— mettons: au delà du dixième harmonique —) le phonographe ne saurait rendre les vibrations des sons partiels supérieurs éventuels, ceux-ci se suivant de trop près pour laisser de trace dans la feuille d'étain assez résistante; d'un autre côté, il est incontestable que si le phonographe est capable (comme il l'est) de reproduire distinctement un son tel que *a, u, l, k*, etc. il faut bien que ce qui caractérise le son se trouve représenté implicitement dans les courbes de l'étain, et cette circonstance nous autorise à nous servir également du phonographe comme appareil d'étude.

La cheville ouvrière de mon appareil mesureur agrandisseur c'est que — à l'encontre de ce qui a lieu dans ceux d'avant — le levier indispensable, qu'on retrouve dans l'appareil de Hensen, y est fait de matière impondérable: c'est un rayon lumineux. La longueur du levier, et, par suite, l'agrandissement de la courbe, n'est donc pas limitée par le poids de la matière et si, dans l'exemple donné sous B, sur la feuille ci-jointe (après la p. 176), je me suis décidé pour l'agrandissement y indiqué c'est uniquement en raison des conditions de milieu que m'imposait mon cabinet de travail. Dans le cas considéré, l'agrandissement est de 2000 fois environ, en ce qui concerne l'amplitude de la courbe, ce qui ne paraît pas exagéré si vous vous rappelez que JENKIN-EWING estiment à 400 fois environ l'agrandissement de leurs courbes qui sont plus de 5 fois plus basses. Quant à l'agrandissement en longueur, 1<sup>mm</sup> sur la feuille

d'étain correspond à  $59^{\text{mm}},02$  . . . dans la reproduction (chez J.-E. l'agrandissement en longueur est évalué à 7). L'appareil ne me fournit pas — comme c'est le cas chez LAHR et J.-E., — la courbe toute tracée; mais il me donne les ordonnées aussi rapprochées que je le désire, et un coup d'œil par une lunette (astronomique) me donne la longueur de l'ordonnée (à une fraction de  $1^{\text{mm}}$  près), laquelle peut servir immédiatement de base au calcul. Je n'ai donc pas du tout besoin de tracer la courbe et encore moins d'effectuer une division microscopique de l'axe des  $x$ , d'élever ou d'abaisser des perpendiculaires ni de les mesurer au microscope: l'appareil fournit les ordonnées voulues pour l'analyse avec la distance exacte qui les sépare et le travail n'est pas sensiblement augmenté en portant jusqu'à 24, 36, 48 . . . 120, etc. le nombre des ordonnées. — Enfin mon appareil me fournit un axe du système des ordonnées, à savoir: le niveau zéro de l'échelle, à partir duquel les ordonnées se mesurent vers le haut et vers le bas. Les appareils de L. et de J.-E. ne fournissant pas un axe des  $x$ , ces auteurs se le procurent en menant, d'un maximum à l'autre (ou d'un minimum à l'autre), une droite qu'ils emploient comme axe des  $x$  dans l'hypothèse qu'une telle droite est parallèle à l'axe moyen de la courbe. Or cette hypothèse est erronée: une telle droite pourra accidentellement être parallèle à l'axe d'équilibre; le plus souvent elle fera avec celui-ci un certain angle. Et voici pourquoi: la membrane du phonographe, mise en mouvement, présentera, par suite de la résistance offerte au style par la feuille d'étain, des vibrations accessoires qui viendront s'ajouter aux vibrations déterminées par le son. Les ondulations de ces dernières suivront donc les monts et les vals des vibrations accessoires et les deux systèmes auront un seul et même axe moyen auquel les ordonnées des deux systèmes seront perpendiculaires. Qu'il en soit ainsi, on le voit bien en regardant mes séries de courbes périodiques très agrandies (j'en ai obtenues qui avaient près de  $7^{\text{m}}$  de long): le maximum (ou minimum) d'une période est généralement situé de 3 à  $5^{\text{mm}}$  plus haut (ou plus bas) que celui des périodes voisines; la différence peut même dépasser  $10^{\text{mm}}$ . En plaçant une règle au-dessous des courbes des petites reproductions photolithographiques de

J.-E., on constate nettement ce fait. Toutefois les ondes des vibrations accessoires sont assez longues et aplaties pour qu'on puisse, sans grande erreur, les regarder, dans l'étendue relativement courte d'une période de son, comme une droite (ce que nous faisons tous, en effet, L. et J.-E. aussi bien que moi-même); ce qui n'est pas permis c'est de considérer cette droite (ou la droite parallèle qui joint les maxima) comme parallèle à l'axe moyen; les perpendiculaires qu'on y élève rencontreront en général l'axe moyen sous un angle plus ou moins différent de l'angle droit. Par contre, le niveau zéro de l'échelle est nécessairement parallèle à l'axe moyen idéal, et, comme les valeurs des ordonnées représentent, pour toute vibration de la membrane, la distance perpendiculaire à cette droite, mes ordonnées sont nécessairement perpendiculaires à l'axe moyen idéal. Sachant, dans chaque cas considéré, de combien le point de départ de la période est supérieur ou inférieur à son point final, et connaissant, par conséquent, l'inclinaison de la période par rapport au niveau zéro (axe des  $x$ ) je suis en mesure de corriger en conséquence les valeurs d'ordonnées fournies par l'appareil avant de commencer l'analyse finale — et cette correction je dois la faire pour obtenir un résultat quelque peu exact. Voilà pour l'appareil. Au cas où cela vous intéresserait d'en avoir une description détaillée, vous n'avez qu'à le dire, je vous l'enverrais très volontiers.

Quant à la méthode de calcul, je commencerai par vous avouer que votre livre m'a été moins utile que je n'aurais voulu; je ne connais pas — pas encore — le calcul par la méthode des moindres carrés; j'ai dû construire sur table rase m'aidant des connaissances mathématiques que j'ai acquises, il y a 26 ans, au lycée. C'est pourquoi j'ai été amené à me servir essentiellement du procédé employé par J.-E. et L. J.-E. font grand cas de leurs équations pour le calcul des 6 (5) premiers sons partiels: ils nous apprennent qu'ils doivent ce trésor à l'obligeance du professeur Tait, et ils affirment, pour nous rassurer, qu'ils les ont soigneusement vérifiées. Et ce cher M. LAHR s'est tellement tourmenté pour ses équations qu'il n'a pas même su les donner correctement, vous l'avez bien démontré. Au fond, ni J.-E. ni L. n'ont très bien com-

pris la nature des vibrations périodiques combinées; autrement ils ne les auraient pas exposées sous une forme tellement incommode qu'elle demande au calculateur un travail double de celui qu'il aurait eu avec une disposition raisonnable des équations.

En calculant avec 12, 24, 36, etc. bref, avec un nombre d'ordonnées divisible par 4, disons: avec  $4n$  ordonnées, les ordonnées formeront dans les différentes équations des groupes de 4 (plus rarement de 2) ordonnées ayant entre eux un rapport de liaison

membres 0:	$y_0$	$\curvearrowright$	$y_{2n}$	
" 1:	$y_1$	$y_{2n-1}$	$y_{2n+1}$	$y_{4n-1}$
" 2:	$y_2$	$y_{2n-2}$	$y_{2n+2}$	$y_{4n-2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	↓	↑	↓	↑
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
" $n-2$ :	$y_{n-2}$	$y_{n+2}$	$y_{3n-2}$	$y_{3n+2}$
" $n-1$ :	$y_{n-1}$	$y_{n+1}$	$y_{3n-1}$	$y_{3n+1}$
" $n$ :	$y_n$	$\curvearrowleft$	$y_{3n}$	$\curvearrowright$
groupe C:	+	+	÷	÷
" D:	+	÷	÷	+
" E:	+	÷	+	÷
" F:	+	+	+	+

déterminé. On obtient ces groupes en rangeant les ordonnées sur 4 colonnes *βουστροφηδών* suivant le schéma ci-contre. Les groupes seront au nombre de  $n+1$ ; les premier et dernier ( $0^{\text{ième}}$  et  $n^{\text{ième}}$ ) groupes ne comprennent que 2 ordonnées. En ce qui concerne les signes, ces groupes constituent 4 classes différentes que je désignerai par les notations *C D E F*; les signes respectifs de ces classes se trouvent indiqués, au pied du schéma, pour chacune des 4 colonnes. Les classes *C* et *D* entrent dans les équations des sons partiels de rang impair, *E* et *F* dans les équations des sons partiels de rang pair, et cela de telle sorte ce que *C* et *D*, respectivement, entrent dans les équations *A* (d'après LAHR; chez vous: *b*); *D* et *F*, respectivement, dans les équations *B* (chez vous: *a*). Dans la pratique, la distribution des ordonnées sur les divers groupes et classes est très simple et vite faite comme je le montre sur la feuille ci-jointe (après la p. 176) pour 24 ordonnées. Dans tous les autres cas le procédé est analogue.

Voici les formules générales des équations *A* et *B* de n'importe quel son partiel *k* dans une courbe de vibrations périodiques combinée:

$$\begin{cases}
 2nA_k = C_0 \sin\left(\frac{0.k.90^\circ}{n}\right) + C_1 \sin\left(\frac{1.k.90^\circ}{n}\right) + C_2 \sin\left(\frac{2.k.90^\circ}{n}\right) + \dots + C_{n-1} \sin\left(\frac{(n-1).k.90^\circ}{n}\right) + C_n \sin\left(\frac{n.k.90^\circ}{n}\right) \\
 \text{impair: } 2nB_k = D_0 \cos\left(\frac{\quad}{n}\right) + D_1 \cos\left(\frac{\quad}{n}\right) + D_2 \cos\left(\frac{\quad}{n}\right) + \dots + D_{n-1} \cos\left(\frac{\quad}{n}\right) + D_n \cos\left(\frac{\quad}{n}\right);
 \end{cases}$$

dans les cas où  $k$  est de rang pair,  $E$  est substitué à  $C$  et  $F$  à  $D$ . Mais en même temps que  $A_k$  et  $B_k$ ,  $A_{2n-k}$  et  $B_{2n-k}$  se trouvent en changeant tout simplement de signe les termes de rang pair dans les équations  $A$  et les termes de rang impair dans les équations  $B$ . C'est là l'énorme simplification que ni J.-E. ni L. n'avaient découverte.

Quelques exemples:

a) Les équations des sons partiels I avec 12 ordonnées:  $k=1, n=3, \frac{90^\circ}{3}=30^\circ$  b) Les équations des sons partiels II avec 12 ord.:  $\frac{2.90^\circ}{3}=60^\circ$

	0	1	2	3	0	1	2	3
	0°	30°	60°	90°	0°	60°	120°	180°
$6 A_1 =$ $[6 A_5 =$ $6 B_1 =$ $[6 B_5 =$	$C_1 \sin 30^\circ +$ $+ \binom{\quad}{n} \frac{\div}{\div} + \binom{\quad}{n}$ $D_0 + D_1 \cos 30^\circ +$ $+ \binom{\quad}{n} \frac{\div}{\div} + \binom{\quad}{n} -$	$C_2 \sin 60^\circ +$ $+ \binom{\quad}{n} + \binom{\quad}{n}$ $D_2 \cos 60^\circ -$ $+ \binom{\quad}{n} -$	$C_3$ $+ \binom{\quad}{n}$ $-$ $-$	$E_1 \sin 60^\circ +$ $+ \binom{\quad}{n} \frac{\div}{\div} + \binom{\quad}{n} -$ $F_0 + F_1 \cos 60^\circ -$ $+ \binom{\quad}{n} \frac{\div}{\div} + \binom{\quad}{n} + \binom{\quad}{n}$	$E_2 \sin 60^\circ -$ $+ \binom{\quad}{n} -$ $F_2 \cos 60^\circ -$ $+ \binom{\quad}{n} + \binom{\quad}{n}$	$F_3$ $-$ $-$ $-$	$-$ $-$ $-$ $-$	

(Pour la suite voir p. 173).

Dans la classe *C*, le premier terme est supprimé, étant = 0; dans la classe *D*, le dernier terme est supprimé pour la même raison; la classe *E* est débarrassée ainsi et du premier et du dernier terme. La seule classe *F* conserve tous ses termes; en revanche, toutes les équations appartenant à cette dernière classe sont faites de manière à nous permettre d'éliminer, sans que le résultat du calcul s'en trouve modifié, le premier (ou le dernier) terme en retranchant le double de ce terme du terme du milieu ou bien en le retranchant, non doublé, du dernier (premier, respectivement) terme; comme ceci, par exemple:

$$\begin{array}{cccccc} & F_0 & F_1 & F_2 \dots F_{n-1} & F_n & \\ -F_0 & -2F_0 & -2F_0 & -2F_0 & -F_0 & \\ \hline \text{Termes nouveaux:} & - & F_1^1 & F_2^1 \dots F_{n-1}^1 & F_n^1 & \end{array}$$

Les équations rébarbatives de LAHR prennent de la sorte des formes plus maniables.

Sons partiels de rang impair:

Équations *A*:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 A_1 \\ 12 A_{11} \end{array} \right\} = (C_1 \sin 15^\circ + C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 75^\circ) \pm (C_2 \sin 30^\circ + C_4 \sin 60^\circ + C_6) \\ \left. \begin{array}{l} 12 A_3 \\ 12 A_9 \end{array} \right\} = (C_1 + C_3 - C_5) \sin 45^\circ \pm (C_2 - C_6) \\ \left. \begin{array}{l} 12 A_5 \\ 12 A_7 \end{array} \right\} = (C_1 \sin 75^\circ - C_3 \sin 45^\circ + C_5 \sin 15^\circ) \pm (C_2 \sin 30^\circ - C_4 \sin 60^\circ + C_6) \end{array}$$

Équations *B*:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 B_1 \\ 12 B_{11} \end{array} \right\} = (D_0 + D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ) \pm (D_1 \cos 15^\circ + D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 75^\circ) \\ \left. \begin{array}{l} 12 B_3 \\ 12 B_9 \end{array} \right\} = (D_0 - D_4) \pm (D_1 - D_3 - D_5) \cos 45^\circ \\ \left. \begin{array}{l} 12 B_5 \\ 12 B_7 \end{array} \right\} = (D_0 - D_2 \cos 30^\circ + D_4 \cos 60^\circ) \pm (D_1 \cos 75^\circ - D_3 \cos 45^\circ + D_5 \cos 15^\circ) \end{array}$$

Sons partiels de rang pair:

Équations *A*:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 A_2 \\ 12 A_{10} \end{array} \right\} = [(E_1 + E_5) \sin 30^\circ + E_3] \pm \\ \pm (E_2 - E_4) \sin 60^\circ \\ \left. \begin{array}{l} 12 A_4 \\ 12 A_8 \end{array} \right\} = (E_1 - E_5) \sin 60^\circ \pm \\ \pm (E_2 - E_4) \sin 60^\circ \\ 12 A_6 = E_1 - E_3 + E_5 \end{array}$$

Équations *B*:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 12 B_2 \\ 12 B_{10} \end{array} \right\} = [(F_2 - F_4) \cos 60^\circ - F_6] \pm \\ \pm (F_1 - F_5) \cos 30^\circ \\ \left. \begin{array}{l} 12 B_4 \\ 12 B_8 \end{array} \right\} = [F_0 - (F_2 + F_4) \cos 60^\circ + F_6] \pm \\ \pm [(F_1 + F_5) \cos 60^\circ - F_3] \\ 12 B_6 = F_0 - F_2 + F_4 - F_6 \end{array}$$



Ici les classes contiennent les ordonnées qui suivent:

*C.*

$$\begin{aligned} C_1 &= y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23} \\ C_2 &= y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22} \\ C_3 &= y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21} \\ C_4 &= y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20} \\ C_5 &= y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19} \\ C_6 &= y_6 - y_{18} \end{aligned}$$

*E.*

$$\begin{aligned} E_1 &= y_1 - y_{11} + y_{13} - y_{23} \\ E_2 &= y_2 - y_{10} + y_{14} - y_{22} \\ E_3 &= y_3 - y_9 + y_{15} - y_{21} \\ E_4 &= y_4 - y_8 + y_{16} - y_{20} \\ E_5 &= y_5 - y_7 + y_{17} - y_{19} \end{aligned}$$

*D.*

$$\begin{aligned} D_0 &= y_0 - y_{12} \\ D_1 &= y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{23} \\ D_2 &= y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22} \\ D_3 &= y_3 - y_9 - y_{15} + y_{21} \\ D_4 &= y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20} \\ D_5 &= y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19} \end{aligned}$$

*F.*

$$\begin{aligned} F_0 &= y_0 + y_{12} \\ F_1 &= y_1 + y_{11} + y_{13} + y_{23} \\ F_2 &= y_2 + y_{10} + y_{14} + y_{22} \\ F_3 &= y_3 + y_9 + y_{15} + y_{21} \\ F_4 &= y_4 + y_8 + y_{16} + y_{20} \\ F_5 &= y_5 + y_7 + y_{17} + y_{19} \\ F_6 &= y_6 + y_{18} \end{aligned}$$

Comme je l'ai dit plus haut, j'admets que les tracés inscrits dans les feuilles d'étain ne comprennent guère de vibrations de sons partiels supérieurs au dixième. Le calcul des 11 premiers sons partiels doit donc nous suffire (sur ce point je suis d'accord avec LAHR). Le calcul avec 24 ordonnées est assez commode (à cause de l'occurrence fréquente du  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ); les formules et les logarithmes fixes étant aisés à retenir, les opérations se font en partie machinalement avec toujours plus de facilité et moins d'hésitation: je fais une analyse en 2 heures environ. Si maintenant je me contentais de calculer avec les formules ci-dessus indiquées, j'obtiendrais, il est vrai, mes résultats bien plus facilement que L., mais l'exactitude des résultats obtenus ne serait pas plus grande avec mon procédé qu'avec le sien. L'avantage que possède mon appareil mesureur comparé au sien, et qui consiste à me fournir avec une grande facilité toutes les ordonnées que je puisse désirer, ne me servirait de rien. Mon calcul pourrait se faire avec un nombre supérieur d'ordonnées, avec 60 ou 72 par exemple, mais il se compliquerait en proportion, et ce qu'il y gagnerait en exactitude ne me semblait pas valoir la peine. Je devais donc me proposer de trouver une méthode me permettant de baser mon calcul sur un

grand nombre d'observations (disons: 120) sans devenir pour cela plus compliquée et plus laborieuse. Voici comment j'ai tâché de réaliser mon idée.

En appliquant une période combinée de vibrations sur une période homoforme de manière à ce que les points zéro du son fondamental coïncident, on obtient, en ajoutant ensemble les deux périodes, une nouvelle vibration périodique ayant la même phase mais où l'amplitude des divers sons partiels est doublée. Si je déplace l'une des courbes un peu en la faisant glisser sur l'autre, j'obtiens une vibration périodique de phase différente; où l'amplitude des sons partiels n'est plus le double de l'amplitude primitive; elle est un peu moindre:  $= 2 \sin x$ , où  $x < 90^\circ$ . Cette grandeur ( $\mu$ ) diffère suivant les différents sons partiels, diminuant à mesure que le son partiel est plus aigu. Les modifications de phase aussi bien que les valeurs de  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , etc. se déterminent à l'aide du déplacement. Je peux maintenir la première phase en employant un nombre impair de courbes, c'est-à-dire en plaçant 2 courbes (ou 4, 6, etc.) sur une 3<sup>e</sup> (5<sup>e</sup>, 7<sup>e</sup>, etc.) et en les déplaçant ensuite dans un sens inverse au sens primitif. Et c'est ce dernier procédé que j'adopte: je prends des périodes de courbe déterminées par 120 ordonnées, les réunis par groupes de 5, ce qui me fournit 24 ordonnées pour mes calculs. A l'aide des grandeurs  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , etc. je rétablis, dans les résultats définitifs, les valeurs de la période primitive.

Pour vérifier la justesse du principe, j'ai analysé quelques-unes de vos courbes à 48 ordonnées que j'ai classées par groupes de 3, comme suit:  $y_{47} + 2y_0 + y_1$ ,  $y_1 + 2y_2 + y_3$ ,  $y_3 + 2y_4 + y_5$ , etc., chacune des ordonnées figurant ainsi 2 fois dans mes calculs; avec cette combinaison,  $\mu_1 = 4 \sin^2 86^\circ 15'$ ,  $\mu_2 = 4 \sin^2 82^\circ 30'$ , etc.; voir en bas de la feuille ci-jointe, sous A (après la p. 176). J'y donne l'analyse de votre courbe n° IX (avec indication des étapes principales du calcul pour le cas où vous désireriez le contrôler). Vous verrez que nos résultats s'accordent du tout au tout pour les sons partiels I (2.20), II (16.07), III (2.38), IV (1.17), V (0.27), VI (0.09), IX (0.10); ils s'écartent un peu dans VII (chez vous: 0.05, chez moi: 0.06) et dans VIII (0.05 contre 0.06), un peu plus dans X

(0.08 contre 0.11) et XI (0.05 contre 0.02). D'autres de vos courbes se comportent à peu près de même. Voici les chiffres obtenus pour le n° XII où, selon votre principe, vous avez interrompu le calcul au 5<sup>e</sup> son partiel:

Sons partiels	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
chez vous	1.51	4.15	5.05	6.03	6.61	—	—	—	—	—	—
" moi	id.	id.	id.	6.02	id.	0.10	0.05	0.09	0.12	0.25	0.13

Pour terminer, je donne sur la feuille ci-jointe (après la p. 176, sous B) une analyse d'une de mes propres courbes. Les 120 ordonnées y sont combinées comme suit:  $y_0 + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 + y_4$ ,  $y_5 + 2y_6 + 2y_7 + 2y_8 + y_9$ ,  $y_{10} + 2y_{11} + 2y_{12} + 2y_{13} + y_{14}$  . . . Les 3 termes du milieu de chaque groupe indiquent donc les doubles valeurs des ordonnées. L'appareil me fournit les ordonnées avec une décimale prise au jugé; la correction dont j'ai parlé plus haut est calculée avec une décimale de plus.

Et maintenant j'implore votre indulgence pour ma terminologie non professionnelle qui vous paraîtra sans doute fort maladroite; n'oubliez pas que je traite le sujet en amateur. — Si c'est bien au Dr E.-N. SETÄLÄ que je dois l'honneur de votre envoi, je vous prie de l'en remercier sincèrement de ma part et d'agréer vous-même mes vifs remerciements; la présente lettre vous prouvera au besoin combien la lecture de votre livre m'a paru captivante.

Votre respectueusement dévoué

KARL VERNER.

## II.

Copenhague, 30 juin 1890.  
Dronningens vej. F.

Monsieur et cher collègue,

J'espère que vous m'avez pardonné le peu de promptitude que je mets à répondre à votre aimable lettre qui m'a causé un bien vif plaisir. Mes remerciements les plus sincères à vous et à Madame Pipping de votre invitation pour Helsingfors; je m'y rendrais volontiers, n'étaient des circonstances qui m'em-

pêchent d'entreprendre, cet été, un si long voyage; je me rappelle encore l'impression agréable et charmante que j'ai reçue de la capitale finlandaise lors de mon retour, en automne 1872, d'un séjour de dix-huit mois à Saint-Pétersbourg et à Moscou; déjà à la gare de Finlande à Saint-Pétersbourg j'avais pu demander mon billet en danois.

Ce qui m'a surtout étonné, et très agréablement, dans votre lettre, ç'a été d'apprendre que vous n'êtes pas physicien de profession mais linguiste, comme moi: d'un côté j'en admire d'autant plus votre ouvrage, d'autre part, l'amateur que je suis se sentira moins gêné si sa lettre dénonce par trop son dilettantisme; non omnes omnia possumus.

Dans ma dernière lettre je vous exposais ma méthode de calcul, — que j'ai simplifiée un peu dans la suite, n'ayant pas besoin de calculer avec un multiple de 24 ordonnées (96, 144, 192...) pour trouver les 11 sons partiels; je suis libre à présent de prendre un nombre quelconque d'ordonnées, celui de 149 par exemple — et je tâcherai maintenant, selon ma promesse, de vous décrire mon appareil, tant bien que mal; vous verrez que je ne dessine pas bien.

Mon appareil mesureur se base, comme ceux des Écossais et de M. LAHR, sur le phonographe d'EDISON. En 1878, quand le premier phonographe transporté en Europe avait été présenté à l'Académie de Paris par l'agent d'E., un nommé PUSCHKA, j'ai pu voir et entendre la merveilleuse machine à Leipzig, étant alors attaché à l'université de Halle. Dégoûté de cette phonétique imperfectible à laquelle les linguistes avaient jusqu'alors eu recours, je vis dans le phonographe un nouveau véhicule de la linguistique, attrapant au vol les ondes sonores et les emmagasinant; toute science se propose de rendre les phénomènes occurrents aussi concrets que possible: ne serait-il donc pas possible de convertir, à l'aide d'appareils convenables, les sons et les notes de l'ouïe, sens peu perfectionné, en perceptions de notre sens le plus affiné: la vue; il s'agissait de rendre les sons tangibles pour ainsi dire. C'est alors que j'eus l'idée de mon appareil tel qu'il est actuellement; je n'ai pu la réaliser qu'il y a deux ou trois ans quand, de retour à Copenhague, je m'étais définitivement fixé ici.

Mon phonographe est un EDISON première manière, l'édition

perfectionnée n'ayant pas encore paru il y a deux ans, — avec quelques légères modifications en vue de son application spéciale: le cylindre est de circonférence assez considérable (454<sup>mm</sup>), les rainures de sa surface ont un pas d'hélice relativement grand pour que les traits gravés dans la feuille d'étain n'exercent pas d'influences perturbatrices d'une rainure à l'autre. Comme membrane vibrante je me suis servi d'abord de papier à lettres bien mince, mais la consistance de ce mobile exigeant un renouvellement fréquent, j'ai employé dans la suite de la baudruche très mince garantie de l'influence de l'haleine par une lame mince de mica (pierre spéculaire) du côté récepteur (mieux vaut évidemment votre pellicule de caoutchouc).

Pas un seul moment l'idée ne m'est venue d'obtenir un agrandissement relativement faible au moyen d'un levier et de grossir ensuite l'agrandissement sous un microscope comme font les autres; je cherchais un agrandissement direct qui pût servir tel quel au calcul. Il s'agissait d'agrandir 1° la longueur des dépressions produites par le style dans l'étain, autrement dit: la durée des vibrations, et 2° la profondeur des dépressions, c'est-à-dire l'amplitude des vibrations; les deux agrandissements ne dépendent pas nécessairement l'un de l'autre, aussi bien les Écossais estiment-ils à 7 leur agrandissement en longueur et à 400—500 fois leur agrandissement en profondeur.

L'agrandissement en longueur des dépressions s'obtient chez moi de la façon suivante: Dans mon croquis bien maladroit ci-contre (p. 180) se voit, à l'arrière-plan, l'axe du phonographe reposant sur les supports *a*, *b*, *d* et portant: 1° le cylindre phonographe *c*, lequel parcourt l'intervalle de *b* à *d* entraîné par le mouvement du phonographe, et 2° la manivelle *e*. En *f*, l'axe porte une roue dentée (56 dents) à laquelle sa disposition sur un manchon mobile autour de l'axe permet de participer à la rotation du cylindre mais non pas à son va-et-vient sur l'axe, la roue dentée se trouve donc toujours retenue entre les supports *a* et *b*.

Un châssis en fer *g* est disposé devant le cylindre phonographe mais de façon à avoir pourtant son centre de rotation *h* situé sur le support *a* du phonographe; ce châssis porte, à

droite, sur son côté ouvert, un levier  $i$  muni, en haut, d'une vis sans fin  $k$  dont les tours emboîtent les dentures de la roue  $f$ ; on l'engrène à volonté en faisant pivoter le châssis; en bas, en  $l$ , le levier  $i$  est muni d'une roue dentée (24 dents).

Devant le châssis, les deux supports  $m$  et  $n$  soutiennent un axe plus bas muni à son extrémité, au niveau de la roue dentée  $l$ , d'une autre vis sans fin  $o$ ; en  $p$  est disposé un disque gradué, dont l'index  $q$  est fixé à la base du phonographe; ce dernier axe est mû à l'aide de la manivelle  $r$ . Cet axe inférieur n'est pas parallèle à l'axe phonographe; il fait avec celui-ci un certain angle pour laisser place au grand cylindre phonographe.<sup>1)</sup>

Le croquis II (p. 180) représente schématiquement l'accouplement du phonographe et de l'axe mesureur. Quant le châssis ( $g$ ) avec son levier ( $i$ ) est disposé verticalement, la vis  $k$  et la roue dentée  $l$  n'engrènent pas la roue dentée  $f$  et la vis  $o$ , respectivement; le cylindre  $c$  se meut alors au moyen de la manivelle  $e$ : je peux le remplir de matière sonore. En donnant au contraire au châssis une position inclinée moyennant un mécanisme pratiqué au centre  $h$  de rotation du châssis, j'accouple l'axe phonographe et l'axe mesureur de sorte que le cylindre n'est plus actionné par la manivelle  $e$ , mais seulement — et cela avec une vitesse insensible — par la manivelle  $r$ .

La grande roue dentée  $f$  ayant 56 dents et la petite,  $l$ , en ayant 24, l'axe mesureur doit faire  $56 \times 24 = 1344$  révolutions pour qu'un point situé sur le cylindre ( $c$ ) en fasse une (de  $454^{\text{mm}}$ ). Les divisions gravées sur le disque  $p$  que porte l'axe mesureur sont au nombre de 20. Toutes les fois que passe une division à l'index ( $q$ ), je marque sur le papier quadrillé au millimètre (voir l'échantillon ci-joint (p. 190)) un pied d'ordonnée. Après 20 millimètres (c.-à-d. points d'ordonnées) marqués sur le papier, le disque ( $p$ ) aura donc fait un tour, mais à un tour du disque correspond un déplacement de  $\frac{454}{1344} \text{ mm} = 0^{\text{mm}},33779\dots$  de la circonférence du cylindre phonographe portant le tracé gravé par le style, et à l'intervalle d'une division à l'autre sur le disque correspond un progrès du tracé égal à  $\frac{1}{20}$  fois cette grandeur =  $0^{\text{mm}},016889\dots$

<sup>1</sup> Ici l'auteur a tracé quelques traits indiquant l'ouverture de l'angle.

Et réciproquement: A un tour du cylindre phonographe  $c$  correspondent, nous l'avons vu, 1344 tours du disque mesureur  $p$  soit  $20 \times 1344 = 26880$  divisions (millimètres du papier); à  $1^{\text{mm}}$  du tracé correspondent donc  $^{26880/454} = 59.2070\dots$  divisions (ordonnées, millimètres) sur le papier. Voilà donc l'agrandissement en longueur que présenteraient mes courbes (si je les traçais, ce qui n'est pas nécessaire pour le calcul) par opposition à l'agrandissement de 7 fois des Écossais.

Or la longueur représente le temps. Si j'adopte en remplissant le phonographe de matière sonore, une vitesse de 60 tours à la minute,<sup>1</sup> soit 1 tour à la seconde, 1 tour du disque mesureur représentera  $^{1/1344}$  de sec. = 0,74405.. millisecondes; et  $^{1/20}$  de tour du disque mesureur (c.-à-d. un intervalle de divisions sur le disque et un intervalle d'ordonnées =  $1^{\text{mm}}$  sur le papier), une durée de 0,03720.. millisecondes ( $\mu$ ).

L'autre ordre de mesures, celui des mesures de profondeur (mesures d'ordonnées), fut beaucoup moins aisé; toutefois j'ai fini par inventer un procédé qui a au moins l'avantage d'être original. Je m'étais dit qu'il fallait employer un système à levier; mais je compris vite qu'un petit levier ne donnerait pas un agrandissement suffisant, et un levier très grand n'était pas possible. J'ai dû renoncer également à une combinaison de 2 ou plusieurs leviers: elle serait difficilement praticable, moins précise aussi, et en fin de compte l'agrandissement obtenu ne serait pas suffisant. Alors, un jour, je me suis rappelé qu'enfant je m'étais souvent amusé, dans la petite ville de province dont je fréquentais le lycée, à envoyer, moyennant un fragment de miroir, de notre appartement ensoleillé, une petite tache lumineuse pénétrant comme un éclair dans les chambres des voisins en face, à faire sautiller la tache sur le fond sombre, à éclairer le cadran de la pendule pour voir quelle heure il était — on a la vue perçante, à cet âge — à examiner curieusement tous les objets de la chambre étrangère, les pipes au mur, les bibelots sur la commode, etc.; au moment où le voisin ou la voisine s'apercevait de la tache impertinente, elle était déjà loin; grâce à un léger

<sup>1</sup> En réalité j'emploie une vitesse de 80 tours à la minute en me réglant sur un métronome.

mouvement de la main, elle courait, rapide comme un éclair, le long des maisons jusqu'à l'autre bout de la rue. Plus tard, j'appris au lycée qu'une telle tache lumineuse est un faisceau de rayons, qu'un tel rayon va suivant une ligne absolument droite et que son poids spécifique est égal à 0. Tiens, me disais-je, si on employait le petit miroir d'autrefois? un faisceau de rayons doit être le Mercure aux pieds ailés qu'il me faut. Au besoin, on aiguiserait la vue à l'aide d'une lunette. Voilà le principe de mon appareil; il est basé sur l'emploi d'un rayon lumineux comme levier dans un système de mesures faites au miroir. En voici l'agencement:

(Voir la fig. p. 183)

Disposition des organes de l'appareil  
vus d'en haut.

*c* cylindre phonographe.

*p* disque gradué porté par l'axe mesureur.

*s* support de la membrane vibrante.

*t* support de l'appareil mesureur.

*u* barre transversale.

*x* vis de réglage.

*v* miroir avec accessoires.

Derrière le cylindre phonographe (*c*) se trouve, fixé à la base commune de l'appareil, un support solide (*t*) portant, en haut, une barre transversale *u* qui surplombe le cylindre phonographe. Pendant le remplissage du cylindre phonographe, cette barre peut prendre une position verticale: elle bascule, à l'extrémité fourchue du support *t*, entre deux vis de réglage *xx* qui servent en outre à donner à cette barre *u* la place voulue au-dessus du cylindre. Une autre vis de réglage *x* est adaptée à la barre *u*; elle vient s'appuyer contre une incrustation d'acier du support *t* et sert à régler la distance du cylindre à la barre quand celle-ci est baissée en vue des mesures à prendre.

La barre *u* porte les pièces légères de l'appareil mesureur proprement dit: un petit miroir des dimensions que voici (p. 183 en bas) et un stylet disposé derrière le miroir. Le miroir *v* tourne autour d'une fine goupille en acier passant par la ligne médiane du miroir et engagée dans des anneaux *a* que porte la barre *u* (ce que je n'ai pas pu indiquer dans mon croquis ci-contre (p. 184 à gauche)). Au dos du miroir est ajustée une petite plaque horizontale, des dimensions que voici (p. 184 à droite), doublée, en bas,



d'une lamelle de verre pour qu'elle soit bien lisse et qu'elle ne s'use pas. Au-dessous de cette plaque est disposé, verticalement, un stylet d'acier  $\beta$  traversant sans accroc les deux minces plaques d'acier  $\gamma$  qui la dirigent; ces plaques sont fixées à la barre  $u$  elle-même et au prolongement vers le bas ( $u_1$ ) qu'elle présente en cet endroit. Le stylet est muni, en haut, au-dessous de la plaque  $\varepsilon$ , d'un bouton; sans cela elle tomberait en s'échappant des trous percés dans les plaques  $\gamma$ . En bas, le stylet porte également un bouton  $\delta$ ; la forme de ce dernier bouton est celle d'un cône tronqué, la même que présente le style de la membrane vibrante qui grave les courbes dans l'étain quand on parle devant la machine, avec cette différence que  $\delta$  est un peu plus mince pour qu'il entre facilement et se maintienne bien au fond de la rainure. Le stylet est à environ 2<sup>mm</sup> de la surface réfléchissante quand le miroir a sa position verticale. Le glissement de tous ces menus organes est assuré par un enduit de glycérine.

La distance entre le stylet et la surface du miroir, qui est de 2<sup>mm</sup>, constitue le bras court du levier; le bras long est formé par un rayon de lumière et voici comment (p. 184 en bas):

Tout contre la surface du miroir est disposée une lunette horizontale formant avec la surface verticale du miroir un angle de 45°. Grâce à un système de vis de réglage, on peut donner à la lunette n'importe quelle direction. Dans la lunette, qui est munie d'un oculaire astronomique et dont le grossissement est de 8 à 10 fois, se voit l'image réfléchie d'une échelle en ivoire  $\eta$ , divisée en millimètres, ayant au milieu son point zéro et les divisions + 5, + 10, + 15, ... ou - 5 - 10 - 15... marquées vers le bas ou vers le haut, respectivement. L'échelle est accrochée à l'un des montants de la fenêtre, en pleine lumière, et l'intensité de la lumière est encore renforcée à l'aide d'un héliostat de ma façon. Par la lunette, on relève facilement jusqu'à des fractions de millimètre. Lorsque le miroir a sa position verticale et que la lunette a été mise au point, le réticule couvre la division zéro de l'échelle. Mais la moindre modification apportée dans la position du miroir par les montées ou les descentes de la plaque  $\varepsilon$  entraînée par le stylet ( $\beta$ ) adapté en dessous, aura pour effet de placer le réticule sur une autre division et

l'écart indiquera alors l'inclinaison du miroir, en supposant connue la distance du miroir à l'échelle ( $\gamma$ ). Cette distance est chez moi de 3<sup>m</sup>.650. J'ai donc affaire à un levier dont le bras court est, comme nous le disions plus haut, de 2<sup>mm</sup>

(Voir la fig. p. 185)  $v$  le miroir vu de profil.  
 $\varepsilon$  la plaque, le bras court du levier.  
 $\gamma$  l'échelle.  
 $\beta$  le stylet.  
 $x$  écart du bras court.

et dont le bras long est 1825 fois plus grand puisqu'il mesure 3650<sup>mm</sup>. Etant donné un écart =  $x$  du bras court, on aurait, avec un levier ordinaire (sans réflexion) un écart sur l'échelle  $M^1 = 1825 x$ ; or, comme, en vertu de la loi générale de réflexion, l'angle de réflexion égale l'angle d'incidence, l'écart se trouvera doublé et atteindra sur l'échelle la division  $M = 3650 x$ . Le tout se comportera donc comme un levier dont le bras court serait de 2<sup>mm</sup> tandis que le bras long mesurerait  $3650 \times 2^{\text{mm}}$ , et où le rapport serait par conséquent de 1 : 3650. C'est bien là l'agrandissement des ordonnées fourni par mon appareil. Si je vous ai parlé antérieurement d'un agrandissement de „plus de 2000 fois“, c'est que je l'estimais au jugé et, aussi, que je craignais de le surfaire; d'après les mesures précises des distances qui séparent la surface réfléchissante du stylet et de l'échelle, respectivement, les chiffres ci-dessus donnés sont certainement plus exacts. Supposons par exemple que le réticule de la lunette marque 1<sup>mm</sup> sur l'échelle: cela revient à dire que le stylet a monté, ou descendu,  $\frac{1}{3650}$  de mm = 0<sup>mm</sup>,0002739... , et comme, avec ma lunette, je relève des fractions de millimètre ( $\frac{1}{10}$  de mm, etc.) sur l'échelle, je pourrai donc percevoir le moindre changement de niveau.

Vous aurez compris de ce que je viens de dire que l'appareil mesurant la profondeur est un niveau, si l'on peut dire, assez sensible et qui pourrait sans doute rendre des services dans d'autres domaines; notamment, il doit fonctionner avec précision quand le fond n'est pas, comme ici, mobile, le stylet n'ayant alors qu'à rester appliqué à un point déterminé en y indiquant les hausses et les baisses. Tel est le cas par exemple quand il s'agit des fluctuations de la pression barométrique, et je m'en suis servi pour vérifier la sensibilité de

l'appareil. En couvrant un petit verre à confiture d'une pellicule de caoutchouc pas trop tendue, on obtient un baromètre anéroïde de construction fort simple, le couvercle de caoutchouc étant, suivant les variations de la pression de l'air, tantôt convexe, tantôt concave. Je plaçais une mince paillette d'acier au centre de la pellicule de caoutchouc et amenais le verre au-dessous du stylet, pouvant suivre alors, pour ainsi dire, des yeux la pression de l'air, relevant ses hausses et ses baisses et calculant, au moyen d'observations effectuées à quelques minutes d'intervalle, la vitesse des baisses et des hausses. J'ai fait cadeau de cette idée à un météorologiste de mes amis pour qu'il en examine l'utilité.

J'espère que vous avez compris mes descriptions malgré mes gaucheries d'expression et mes croquis misérables. Pour terminer je vais résumer le procédé d'un bout à l'autre.

Ayant choisi le son à étudier, je détache les organes mesureurs du phonographe en donnant au châssis sa position verticale et en dressant la barre  $u$ . Je me place devant le support de la membrane réceptrice ( $s$ ), en  $a$ , enrôle la feuille d'étain autour du cylindre, fait marcher le métronome et exerce ma main à tourner en mesure tout en habituant ma bouche à prononcer distinctement le son. [Aujourd'hui, EDISON obtient la rotation constante d'une manière bien plus sûre, avec l'électricité]. Puis, je mets le cylindre en mouvement sans toutefois parler devant l'appareil pendant les premiers tours, par quoi j'obtiens une rainure non ondulée, ensuite je répète le son avec un intervalle (non ondulé) entre les diverses répétitions tant qu'il y a de l'espace libre sur le cylindre. Une fois le cylindre rempli, je choisis l'une des courbes pour la lire (il va sans dire que je prends celle qui me paraît la plus distincte à la vue), je découple le support de la membrane ( $s$ ), vais à la place  $b$ , ramène le cylindre jusqu'aux tours non ondulés du commencement et baisse la barre  $u$ . A présent je peux juger à contre-jour de la place occupée par le stylet dans la rainure de l'étain; en exerçant quelques légères pressions sur la plaque  $\varepsilon$  je fais tracer par le bouton du stylet de faibles dépressions dans le sillon et les reflets lumineux des deux côtés de ces dépressions m'aident à disposer, moyennant les deux vis de réglage  $xx$  à l'extrémité fourchue du support  $t$ ,

le stylet qui répète au fond de la rainure. Ceci fait, j'avance le cylindre assez pour qu'à l'abaissement de la barre le stylet qui répète se trouve dans l'intervalle (non ondulé) qui précède la série de courbes que je veux lire. Finalement je m'installe, en  $c$ , devant l'oculaire de la lunette, accouple les organes mesureurs au phonographe en disposant obliquement le châssis  $g$  et en baissant la barre  $u$ . En regardant par la lunette on verra alors le réticule au niveau d'une division-millimètre, jamais il ne couvrira le point zéro. Il faut pourtant l'y amener. On y parvient en mettant à point, soit la barre, au moyen de la vis  $x$ , soit la lunette, à l'aide de ses vis de réglage.

En faisant maintenant tourner l'axe mesureur avec le disque mesureur  $p$  (vers la gauche, tandis que l'axe phonographe est tourné vers la droite pendant le remplissage), on verra, au moment où le stylet passe de la rainure unie dans les tracés ondulés, l'échelle  $\eta$  commencer à sautiller vivement, ce qui a fort étonné mes amis non avertis qui ne pensaient pas au petit miroir dont l'oscillation était invisible à l'œil nu, et cherchaient en vain devant l'objectif de la lunette l'échelle mobile d'ivoire luisant, ne se doutant pas qu'elle fût suspendue, immobile, à plus de 4 mètres derrière eux.

L'œil appliqué contre l'oculaire de la lunette, tournant de de la main gauche l'axe mesureur, j'inscris, de la droite, avec un crayon, pour toute division du disque mesureur  $p$ , le millimètre de l'échelle  $\eta$  qu'indique le réticule; si je devais regarder par chaque fois le disque  $p$  avec son index  $q$  et relever ensuite le chiffre fourni par la lunette, la vue se troublerait et l'opération s'en trouverait ralentie; c'est pourquoi je tiens l'œil fixé à la lunette en m'assurant, grâce à un dispositif à cet effet, que la main gauche fait avancer l'axe mesureur de  $\frac{1}{20}$  de tour exactement, c.-à-d. de l'espace qui sépare une division de l'autre. — Les fractions de l'échelle  $\eta$  sont prises au jugé; je vois si le réticule est, par exemple, exactement en face du millimètre 45, s'il le dépasse de  $\frac{1}{4}$ , de  $\frac{1}{2}$ , de  $\frac{1}{3}$ ; s'il est un peu au-dessus ou au-dessous de 45,  $45\frac{1}{4}$ ,  $45\frac{1}{2}$ ,  $45\frac{3}{4}$ , ce que la main droite inscrit comme suit:  $\overline{45}$ , 45,  $\overline{45}$ ,  $\overline{45.1}$ , 45.1,  $\overline{45.1}$ , 46.2, etc.; en tout, 12 fractions relevées au jugé dans les intervalles des millimètres.

L'axe des  $x$  pour le calcul des courbes est tout indiqué: c'est le point zéro de la lunette; les longueurs des ordonnées ne me coûtent, chacune, qu'un mouvement de la main et un regard dans la lunette; les chiffres obtenus peuvent être utilisés immédiatement pour l'analyse: je n'ai pas besoin de tracer la courbe sur le papier; si je le fais, c'est pour plus de sûreté, afin de pouvoir vérifier la courbe à l'œil. En effet, je sais par expérience que l'une des erreurs d'observation les plus fréquentes consiste à confondre, sur l'image de l'échelle perçue dans la lunette, les divisions plus noires marquant les millimètres 5, 10, 15, 20, etc. et d'écrire, par exemple,  $33^3$  au lieu de  $38^3$  ou réciproquement. Or un écart de  $5^{\text{mm}}$  est assez considérable pour qu'avec une telle abondance d'ordonnées l'œil découvre vite l'erreur dès que la courbe est représentée sur du papier quadrillé au millimètre (voyez, ci-joint (p. 190), un petit échantillon d'un tracé de courbe).<sup>1</sup>

L'expérience m'a appris, en outre, certains petits perfectionnements qui n'ont pas été mentionnés ici, n'étant qu'accessoires. C'est ainsi que la partie voisine de l'objectif de la lunette et du miroir est couverte pendant l'observation par un capuchon garantissant du jour de côté, de sorte que la lumière venant de l'échelle n'accède au miroir que par un tube noirci au dedans, ce qui donne à l'image réfléchie des contours plus prononcés et plus nets.

Je me demande si la méthode brevetée, dont vous me parlez, pour mesures effectuées à l'aide d'un rayon lumineux, serait par hasard identique à celle que je viens d'exposer; c'est tout à fait probable mais, évidemment, il peut y avoir des différences de détail.

Vous voilà donc renseigné, ou à peu près, sur les mystères de ma méthode de calcul et de mon appareil. Au cas où il y aurait encore des points qui vous paraissent peu clairs, je suis prêt à vous donner des informations ultérieures.

Permettez-moi, en finissant, de vous exprimer encore une fois, à vous et à Madame Pipping, ma reconnaissance de votre invitation hospitalière que je regrette de ne pas pouvoir accepter, et croyez-moi

votre dévoué

KARL VERNER.

<sup>1</sup>  $m$  et  $n$  sont des observations fausses, à placer  $5^{\text{mm}}$  plus haut.